
Modelo de control por *holding* para reducir el *bus bunching*
en sistemas de transporte tipo BRT sin conteo automático de
pasajeros en los vehículos



Marvin Luis Jiménez Narváez

Facultad de Ciencias Empresariales

Universidad Tecnológica de Pereira

Preira - Risaralda

2019

Modelo de control por *holding* para reducir el *bus bunching* en
sistemas de transporte tipo BRT sin conteo automático de
pasajeros en los vehículos

*Trabajo de grado para optar al título de Magíster en Investigación
Operativa y Estadística*

Marvin Luis Jiménez Narváez

Dirigido por

Doctor José A. Soto Mejía

Facultad de Ciencias Empresariales

Universidad Tecnológica de Pereira

Pereira - Risaralda

2019

Copyright © Marvin Luis Jiménez Narváez

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES

Los jurados abajo firmantes certifican que han leído y dan calificación al trabajo de grado titulado **Modelo de control por *holding* para reducir el *bus bunching* en sistemas de transporte tipo BRT sin conteo automático de pasajeros en los vehículos** presentado por **Marvin Luis Jiménez Narváez** como requisito parcial para optar al título de Magíster en Investigación Operativa y Estadística.

Fecha: Diciembre de 2019

Director: _____
Doctor José A. Soto Mejía

Jurados: _____
Doctora Eliana Toro Ocampo

Magíster Diego Galindres Guancha

A mis padres, Luis Alfonso y Eunice, que son mi motor y a quienes amo profundamente.

Marvin Luis Jiménez Narváez.

Agradecimientos

Quiero expresar mi agradecimiento al profesor José Soto, director de este trabajo, por su excelente labor como profesor, tutor y amigo; por todas las enseñanzas a nivel académico y personal que me brindó durante mis estudios de maestría y durante la realización de esta investigación.

Siempre le estaré agradecido por haber confiado en mí desde el principio y haberme brindado la oportunidad de vincularme al grupo de investigación Análisis Envolverte de Datos. Sus enseñanzas y consejos, así como la oportunidad de participar en distintos proyectos de investigación, me ayudaron a crecer académica, laboral y personalmente. Por todo eso, mi admiración, respeto y aprecio. Ha sido un padre académico.

También quiero agradecer a mis compañeros y amigos, Jaime Osuna y Diego Galindres, por sus valiosos aportes a esta investigación, los cuales me permitieron realizar un mejor trabajo.

Finalmente, le agradezco a la profesora Eliana Toro por la revisión del documento y sus valiosos comentarios para la mejora del mismo.

Índice general

Agradecimientos	viii
Resumen	15
1. Introducción	16
1.1. Contexto	16
1.2. Planteamiento del Problema	17
1.3. Justificación	18
2. Marco Referencial	22
2.1. Marco Teórico	22
2.1.1. Sistema de transporte tipo BRT	22
2.1.2. <i>Headway</i> y <i>bus bunching</i>	24
2.1.3. Estrategias de control	26
2.2. Estado del Arte	28
3. Objetivos	47
3.1. Objetivo General	47
3.2. Objetivos Específicos	47
4. Modelo de Control Propuesto	48
4.1. Descripción del sistema de transporte	48
4.2. Deducción del modelo matemático	51

4.3. Modelo Matemático	58
4.3.1. Notación	58
4.3.2. Formulación	60
4.3.3. Transformaciones para linealizar el modelo	61
4.3.4. Modelo linealizado	63
5. Simulación y Diseño Experimental	65
5.1. Sistema de transporte caso de estudio	65
5.2. Descripción de la simulación	67
5.3. Diseño experimental	70
6. Análisis Estadístico	73
6.1. Análisis descriptivo	73
6.1.1. Regularidad del <i>headway</i> y de la carga de pasajeros	73
6.1.2. Tiempo de apelotonamiento y tiempo de espera	76
6.2. Inferencia estadística	77
6.2.1. Modelo estadístico	78
6.2.2. Verificación de la adecuación del modelo	79
6.2.3. Transformación para corregir inadecuación del modelo	83
6.2.4. Análisis de varianza	88
7. Conclusiones y Trabajos Futuros	92
Bibliografía	97

Índice de figuras

1.1. Número de documentos científicos publicados en Scopus por año relacionados con la palabra clave <i>bus rapid transit</i> . <i>Fuente:</i> Scopus, elaboración propia.	18
1.2. Número de documentos científicos publicados en los últimos 5 años (2015-2019) en Scopus por país, relacionados con la palabra clave <i>bus rapid transit</i> . <i>Fuente:</i> Scopus, elaboración propia.	19
2.1. Ejemplos de sistemas tipo BRT. (a) Pereira (Colombia), (b) Curitiba (Brazil). <i>Fuente:</i> (a) Megabús. (b) http://archive.citiscopes.org/citisignals/2014/bus-rapid-transit-expands-180-cities	23
2.2. Separaciones entre buses: (a) Separaciones homogéneas, (b) Separaciones heterogéneas. <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	24
2.3. Cálculo del <i>headway</i> : (a) <i>Headway</i> calculado como diferencia de tiempos de arribo a una estación, (b) <i>Headway</i> calculado como <i>time gap</i> . <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	25
4.1. Representación de una ruta en un sistema tipo BRT. <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	49
4.2. Ejemplo de cálculo del <i>headway</i> con la expresión propuesta. <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	53
5.1. Mapa de cobertura del sistema Megabús. <i>Fuente:</i> Megabús.	66

5.2. Mapa simplificado de la zona troncal del sistema Megabús. <i>Fuente:</i> Megabús.	67
5.3. Captura de pantalla del modelo de simulación implementado. <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	68
5.4. Acercamiento al mapa del modelo de simulación. <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	68
5.5. Mapa del sistema de transporte con la simulación ejecutándose. <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	70
6.1. Regularidad del <i>headway</i> . (a) Sin control (b) Con control por <i>holding</i> cada 2 minutos. <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	74
6.2. Distribución de la carga de pasajeros en los buses en cada estación. (a) Sin control, (b) Con control por <i>holding</i> cada 2 minutos. <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	75
6.3. Resultados para el indicador de tiempo de espera de pasajeros (a) y tiempo de apelotonamiento (b). <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	76
6.4. Gráfica de los residuales contra el tiempo. <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	80
6.5. Gráficos de verificación de normalidad. (a) Comparación de densidad empírica de los residuales (línea negra) y densidad de la normal teórica (línea azul), (b) Comparación de cuantiles teóricos de una normal y cuantiles de los residuales. <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	81
6.6. Gráfica de los residuales contra los valores ajustados. <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	82
6.7. Gráfica de log-verosimilitud contra λ . <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	84
6.8. Gráfica de los residuales del nuevo modelo contra el tiempo. <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	85

6.9. Gráficos de verificación de normalidad de los errores del nuevo modelo.	
(a) Comparación de densidad empírica de los residuales (línea negra) y densidad de la normal teórica (línea azul), (b) Comparación de cuantiles teóricos de una normal y cuantiles de los residuales. <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	86
6.10. Gráfica de los residuales del nuevo modelo contra los valores ajustados. <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	87
6.11. Gráficos de interacción entre factores. (a) Control y Periodo de despacho, (b) Control y Nivel de demanda. <i>Fuente:</i> Elaboración propia.	90

Índice de tablas

4.1. Índices y conjuntos del modelo de control.	58
4.2. Variable de decisión del modelo de control.	58
4.3. Parámetros del modelo de control.	59
4.4. Variables auxiliares del modelo de control.	60
5.1. Factores y niveles del diseño de experimentos.	71
5.2. Parametrización del modelo de simulación.	72
6.1. Estadísticas de la variable tiempo de apelsonamiento para los escenarios simulados. Media, desviación estándar y coeficiente de variación.	77
6.2. Resultados de las pruebas de hipótesis del ANAVA del modelo.	88
6.3. Resultados de la prueba de Tukey.	91

Resumen

Las separaciones irregulares entre vehículos en los sistemas de buses de transito rápido son ocasionados por la acumulación de variaciones en la operación y evitan que se proporcione un servicio adecuado a los usuarios.

En este trabajo se propone un modelo de optimización por programación lineal para el control de sistemas BRT que no dispongan de conteo automático de pasajeros en los vehículos.

El modelo propuesto está enfocado en minimizar la variabilidad de las separaciones entre vehículos respecto a un valor dado, determinado por el periodo de despacho de los buses. Se utiliza la estrategia de retención y las variables de decisión son los tiempos de retención de los buses en las estaciones.

Como información de entrada se utiliza una matriz Origen-Destino y datos en tiempo real de la venta de pasajes. El modelo se prueba solucionándolo a intervalos regulares en una simulación basada en agentes de una de las rutas del sistema de transporte Megabús de la ciudad de Pereira, para varios escenarios en un diseño de experimentos.

Los resultados muestran que el modelo propuesto reduce la irregularidad de las separaciones entre vehículos y en consecuencia los tiempos de acumulamiento de buses.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Contexto

Los sistemas de transporte público son componentes básicos en la estructura social, económica y física de las ciudades, y desempeñan un papel fundamental en la movilidad de las personas tanto en zonas urbanas como suburbanas. Esto se debe a que son una buena alternativa para evitar o minimizar problemas, tales como la congestión vial, la contaminación y la accidentalidad, que son causados por otros medios de transporte (Abbas-Turki et al., 2002).

Uno de los mayores desafíos, de la planificación del transporte público, consiste en asegurar sistemas operacionales y económicamente eficientes que estén adecuadamente integrados al entorno. Por ello, se busca que estos sistemas estén correctamente integrados, con diseños adecuados, al ambiente de las ciudades. Por lo anterior, los Sistemas Integrados de Transporte Público (SITP), se han convertido en un elemento esencial para la movilidad urbana (Mauttone Vidales, 2005).

Los sistemas *Bus Rapid Transit* (BRT), o sistemas de tránsito rápido de buses, son uno de los sistemas integrados de transporte público más implementados en el mundo, debido a que poseen una mejor relación costo-beneficio que otros sistemas de transporte

masivo como los ferroviarios: Metro, Tranvía, etc.(Cervero, 2013).

En un sistema tipo BRT, los buses transitan a lo largo de un carril dedicado, por lo cual están mucho menos expuestos a los problemas viales comunes tales como el exceso de tráfico o los accidentes. Por esto, están presentes en muchas ciudades del mundo como Santiago-Chile (Transantiago), Los Ángeles-USA (Metro Rapid), Bogotá-Colombia (Transmilenio), Pereira-Colombia (Megabús), entre otros (Leiva et al., 2010) (Cervero, 2013).

1.2. Planteamiento del Problema

Las entidades operadoras de este tipo de sistemas buscan prestar un servicio de calidad reduciendo los tiempos de espera y de viaje de los usuarios, además de brindar comodidad sin que el costo sea demasiado alto. Así, pretenden conseguir una operación eficiente en costos y uso de recursos (Mauttone Vidales, 2005).

Un mal desempeño del sistema puede generar sobre costos, no solo para los operadores que son los encargados de prestar el servicio, sino también para los usuarios que dependen del sistema para cubrir sus requerimientos de transporte.

Para lograr una buena calidad del servicio, es importante supervisar continuamente el sistema cuando está en funcionamiento, puesto que la aleatoriedad de los factores que lo afectan tales como el tráfico, el clima o la demanda, entre otros, influyen de manera significativa en la operación (Xinghao et al., 2013).

Esto último genera un aumento en los tiempos de espera de los usuarios en las estaciones, una distribución heterogénea de pasajeros en la flota de buses y así una disminución del confort, entre otros problemas (Delgado et al., 2012).

1.3. Justificación

Una mala planificación y operación del sistema puede generar un colapso, causando además grandes pérdidas económicas. Es por esto que el modelamiento de los sistemas de transporte tipo BRT ha sido ampliamente estudiado, pues posee un alto impacto a nivel social y económico.

En la Figura 1.1 se presenta la evolución temporal de la cantidad de documentos publicados relacionados a la palabra clave *bus rapid transit* que se encuentran en la base de datos bibliográfica Scopus.

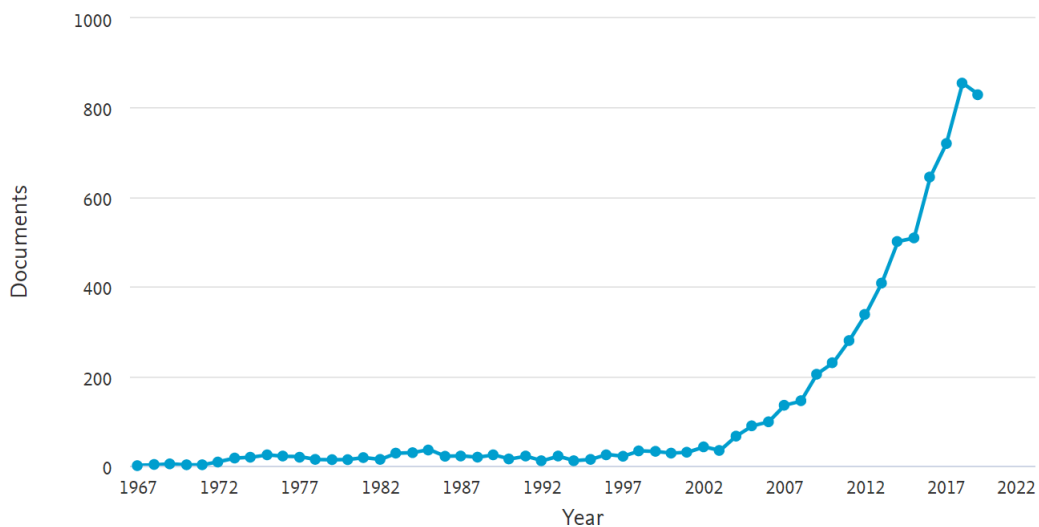


Figura 1.1: Número de documentos científicos publicados en Scopus por año relacionados con la palabra clave *bus rapid transit*. Fuente: Scopus, elaboración propia.

El crecimiento aproximadamente exponencial de la cantidad de publicaciones, relacionadas a los sistemas de transporte tipo BRT, evidencia el aumento del interés de investigar en el tema. Además, se observa una tasa de crecimiento bastante mayor en la última década. Lo anterior muestra la pertinencia de abordar problemas relacionados a estos sistemas de transporte.

Por otra parte, el número de documentos científicos relacionados a BRT publicados en Scopus en los últimos cinco años, desde 2015 hasta 2019, por cada uno de los 10 países que más publicaciones tienen en dicho tema se presenta en la Figura 1.2.

En esta Figura, se aprecia que Colombia está entre los 10 países que tienen más publicaciones relacionadas a sistemas BRT, sin embargo su nivel de producción científica en esta temática (107 documentos) la ubica en los últimos puestos de la lista y representa aproximadamente el 12 % del nivel de producción de China, que por su parte ocupa el primer lugar.

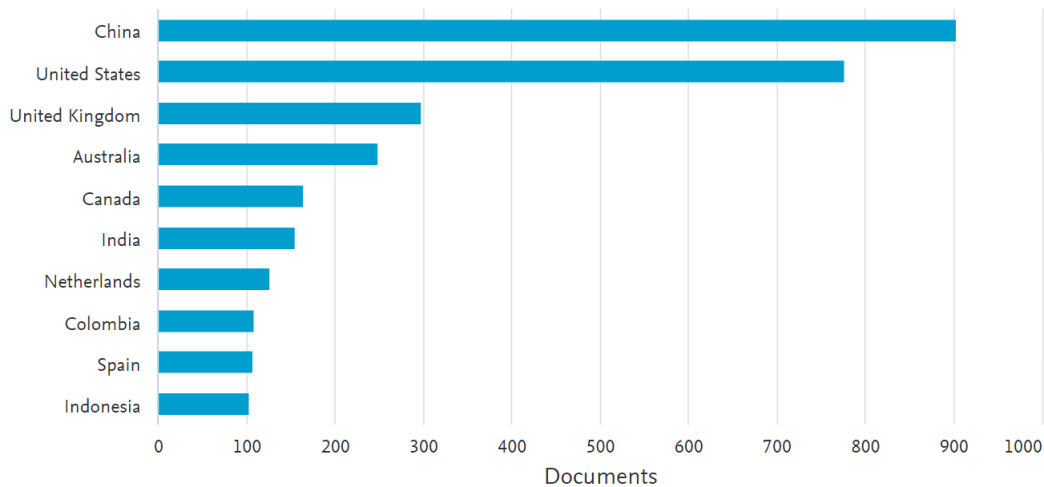


Figura 1.2: Número de documentos científicos publicados en los últimos 5 años (2015-2019) en Scopus por país, relacionados con la palabra clave *bus rapid transit*. Fuente: Scopus, elaboración propia.

Teniendo en cuenta la información que suministran estos gráficos y que en Colombia se dispone de varios sistemas BRT tales como: Transmilenio (Bogotá), Megabús (Pereira), Metroplús (Medellín), MIO (Cali), Metrolínea (Bucaramanga) y TransMetro (Barranquilla), se tienen suficientes motivos para llevar a cabo investigaciones enfocadas a la optimización de sistemas de transporte de esta naturaleza.

A pesar de que la planeación es un elemento importante para asegurar la regularidad del servicio, varios factores como la variabilidad en la demanda, o en la velocidad de viaje de los vehículos, afectan los tiempos de llegada de los buses a las puntos de parada haciendo que estos difieran de los tiempos planeados, ocasionando el apelotonamiento de los vehículos. Lo anterior hace necesario implementar modelos de control para reducir el impacto de dicha variabilidad sobre la regularidad del servicio.

En la literatura se encuentran soluciones aproximadas al problema por medio de distintas estrategias de control, que abordan el problema de diferentes maneras, algunas realizan control en las estaciones mientras que otras lo hacen variando las velocidades de los buses. Estas metodologías son detalladas en capítulos siguientes de este documento.

Con todo lo anterior, se reconoce la importancia y pertinencia de desarrollar estrategias o metodologías de control para sistemas de *bus rapid transit*. Por tal motivo, en este trabajo se tiene como objetivo proponer una estrategia de control para sistemas de transporte tipo BRT, basada en modelación matemática de optimización, que permita disminuir el impacto de la variabilidad de agentes externos en la regularidad del servicio.

Para conseguir dicho objetivo, primero se realiza una revisión de la literatura con el fin de conocer el comportamiento y las características generales de los sistemas de transporte tipo BRT y así comprender a fondo la problemática.

Segundo, se identifican las principales estrategias de control en tiempo real para sistemas BRT de la literatura, con el objeto de reconocer los elementos de otros trabajos que puedan ser usados en el desarrollo del modelo a proponer, y de identificar algunas debilidades que puedan ser corregidas en la estrategia propuesta en este trabajo.

Tercero, se propone un modelo matemático de optimización para control de sistemas

de transporte tipo BRT que permite reducir el apelotonamiento de buses.

Por último, se prueba el modelo propuesto mediante simulación implementándolo en un sistema de transporte con las características para las cuales está diseñado el modelo.

Este trabajo se enmarca dentro del proyecto COLCIENCIAS No. 622 del año 2015, denominado “Desarrollo de una Metodología y un Modelo de Gestión y Control de Operación Sistemática del Servicio de Transporte Masivo, con Prueba Piloto Aplicable al Sistema Integrado de Transporte Público (SITP) del AMCO”.

Dicho proyecto tiene por objetivo analizar, diseñar e implementar una plataforma tecnológica modular para la planeación, control, gestión de información al usuario y liquidación financiera de sistemas de transporte urbano.

Lo anterior se logra articulando procesos de seguimiento a la demanda, de definición de nivel de servicio, la generación de programación de autobuses y operadores, usando metodologías y modelos matemáticos de optimización para su desarrollo y medios tecnológicos de punta y en tiempo real para su implementación, y desarrollando parte de los aplicativos y dispositivos propuestos.

El resto del documento está organizado de la siguiente manera: Marco Referencial, Modelo de control propuesto, Simulación y diseño experimental, Análisis estadístico y por último las conclusiones y trabajos futuros.

Capítulo 2

Marco Referencial

En este capítulo se explica de forma básica qué es y cómo funciona un sistema de transporte tipo BRT, se definen algunos conceptos y se describen las principales estrategias de control en tiempo real usadas para estos sistemas. Luego se realiza una revisión de la literatura, en la cual se presenta la forma como ha sido abordado este problema por distintos autores.

2.1. Marco Teórico

2.1.1. Sistema de transporte tipo BRT

Cuando se habla de transporte público se entiende por este como un tipo de servicio público por medio del cual se transportan personas que pagan un valor monetario definido. Dicho servicio es prestado mediante vehículos como: buses, trenes, tranvías, entre otros, que transitan a lo largo de unas rutas definidas con puntos de acceso y en horarios establecidos (Norambuena Matte, 2002).

En un sistema de transporte tipo BRT, los vehículos salen de un punto de origen a un periodo de despacho regular y transitan por un corredor que se encuentra en gran medida aislado del tráfico particular. En este tipo de sistemas, los vehículos realizan

paradas únicamente en puntos autorizados para el abordaje y descenso de pasajeros, llamados estaciones, y normalmente finalizan el recorrido en la misma estación de origen. En la Figura 2.1 se pueden apreciar ejemplos de sistemas de transporte tipo BRT.



Figura 2.1: Ejemplos de sistemas tipo BRT. (a) Pereira (Colombia), (b) Curitiba (Brasil). *Fuente:* (a) Megabús. (b) <http://archive.citiscopes.org/citisignals/2014/bus-rapid-transit-expands-180-cities>.

Esta clase de sistemas de transporte masivo permiten reducir problemas como la congestión vehicular y la contaminación a un relativo bajo costo. Las agencias operadoras tienen por objetivo aumentar la confiabilidad del sistema y reducir los tiempos de espera para los pasajeros, además de proporcionar comodidad y bienestar a un costo razonable (Zolfaghari et al., 2004).

El principal indicador de desempeño en estos sistemas es la confiabilidad y se requiere de supervisión continua para mantener el nivel de servicio. Se debe compensar el efecto de una demanda variable, cambios en la velocidad de los vehículos y perturbaciones provenientes de factores como el clima, la señalización de tránsito y las fallas mecánicas o accidentes (Xinghao et al., 2013).

La variabilidad ocasiona desviaciones en el servicio y desmotiva a los pasajeros a

continuar utilizando el sistema, además impide una buena utilización de los vehículos generando sobrecostos (Yu and Yang, 2007).

2.1.2. *Headway y bus bunching*

Para contrarrestar las perturbaciones en la operación del sistema se deben emplear estrategias de control, de lo contrario los vehículos se atrasan o adelantan hasta presentarse el conocido *bus bunching* o acumulación de buses.

Si las separaciones entre los vehículos, o también llamadas *Headways* en la literatura, son irregulares, o heterogéneas, se genera una mala distribución de pasajeros y altos tiempos de espera para los usuarios en las estaciones, lo que disminuye su comodidad y satisfacción (Delgado et al., 2012).

Para mayor claridad, en la Figura 2.2 se presentan ejemplos de las situaciones de homogeneidad y heterogeneidad en las separaciones, en unidades de tiempo, entre buses de un sistema BRT.

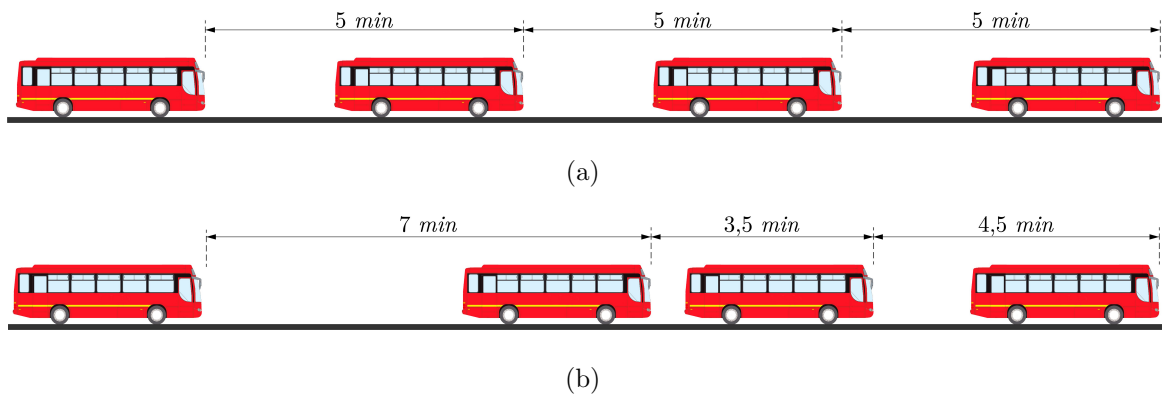
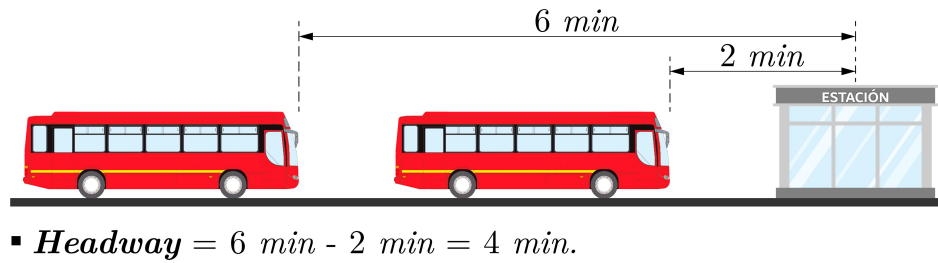


Figura 2.2: Separaciones entre buses: (a) Separaciones homogéneas, (b) Separaciones heterogéneas. *Fuente:* Elaboración propia.

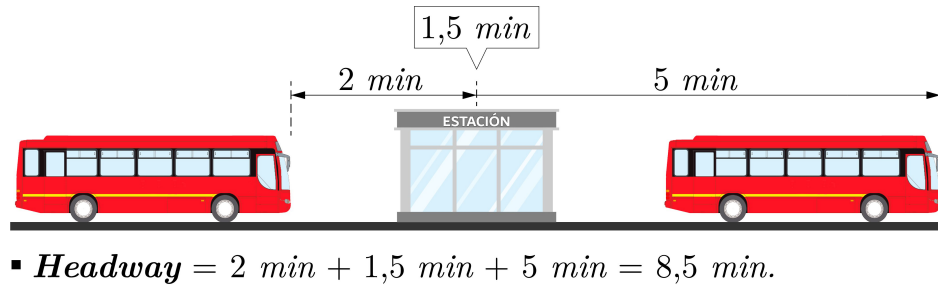
Es frecuente que el *headway* se calcule como la diferencia en el tiempo de arribo estimado de dos vehículos consecutivos a una estación dada, como se muestra en la

Figura 2.3-(a).

Un enfoque más completo se presenta en (Ji and Zhang, 2013), donde el control para *headways* regulares se hace estimando *time gaps* entre buses consecutivos. Este *time gap* es definido como el tiempo que le tomará a un vehículo llegar a la posición del que va inmediatamente adelante, considerando la influencia de la demanda en los tiempos de parada, además de la posición y la velocidad de los vehículos (ver Figura 2.3-(b)).



(a)



(b)

Figura 2.3: Cálculo del *headway*: (a) *Headway* calculado como diferencia de tiempos de arribo a una estación, (b) *Headway* calculado como *time gap*. Fuente: Elaboración propia.

Para (Cats et al., 2010), en un sistema BRT el desempeño se debe evaluar por la homogeneidad del *headway*, puesto que garantizar una baja variabilidad en el *headway* mejora la confiabilidad del sistema.

2.1.3. Estrategias de control

Según (Lo and Chang, 2012), las estrategias de control se clasifican en labores de planeación y acciones en tiempo real. Las labores de planeación son a largo plazo y contemplan la reestructuración de las rutas y sus tablas horarias, mientras que el control en tiempo real busca retornar el sistema a una operación óptima determinada previamente.

Uno de los primeros esquemas de control en tiempo real es el conocido *Threshold*, el cual consiste en que un vehículo adelantado es retenido, ya sea en las estaciones medianamente un tiempo de espera o en los corredores reduciendo la velocidad de viaje (Delgado et al., 2009).

Para esto, es necesario conocer la posición de cada bus en tiempo real, para así determinar si está adelantado o atrasado. En la actualidad, tecnologías como la localización automática de vehículos (AVL, por sus siglas en inglés) y el conteo automático de pasajeros (APC, por sus siglas en inglés) proporcionan información de entrada para modelos de control de mayor precisión, desarrollados con herramientas como la optimización, la simulación y los pronósticos.

Sin embargo, para muchos sistemas de transporte el acceso a tecnologías como los sistemas AVL o APC es limitado. De esta manera, cada sistema de transporte es un caso particular que requiere un modelo de control que utilice la información disponible.

Para (Delgado et al., 2009) el problema de control óptimo en tiempo real es abordado en la literatura desde tres enfoques principales:

1. Control realizado en las estaciones.
2. Control entre estaciones.
3. Otras medidas de control.

Para el control realizado en las estaciones, se tienen estrategias como por ejemplo:

- *Holding* o retención, en la cual se determina un tiempo de parada, de los vehículos en las estaciones, adicional al requerido para el ascenso y descenso de pasajeros.
- *Station skipping* o salto de estaciones, que consiste en que algunos buses no se detienen en determinadas estaciones, normalmente con poca demanda, incrementando así la velocidad de operación del sistema pero con la desventaja de que los pasajeros de las estaciones saltadas tienen que esperar más tiempo por el servicio.
- *Short turning* o giro corto, en la cual los vehículos hacen el giro de regreso a la estación origen antes de llegar a una estación terminal, es decir, algunos buses realizan ciclos más cortos.
- *Boarding limits* o limitación del abordaje, donde se limita el número de pasajeros que pueden abordar un bus cuando este se detiene en una estación específica.

Para el control realizado entre estaciones, algunas estrategias son:

- Modificación de las velocidades, en la cual se decide aumentar o disminuir la velocidad de un vehículo dependiendo de su estado con respecto a la tabla horaria (atrasado o adelantado).
- Adelantos entre vehículos, en donde un vehículo tiene permitido adelantar a otro con el objetivo de compensar un atraso debido a las demoras extras causadas por entes externos como alta demanda o tráfico vehicular, por ejemplo.
- Manipulación de señales de tránsito, en esta se tiene acceso al control de señales de tránsito y estas pueden ser operadas en beneficio del sistema BRT cuando sea necesario.

Como otras medidas de control están las medidas complementarias como agregar vehículos al corredor en respuesta a una demanda mayor a la esperada, por ejemplo.

Así, se pueden proponer distintas metodologías para abordar el problema del control de transporte en tiempo real en sistemas BRT, utilizando una o varias de las estrategias descritas anteriormente en su forma original o transformada, dependiendo del objetivo del modelador y de las características particulares del sistema de transporte que se pretenda modelar.

2.2. Estado del Arte

Para el control de sistemas de transporte se pueden tener varios objetivos, cumplimiento de una tabla horaria o mantener *headways* regulares. Buscar cumplir con la tabla horaria es adecuado en servicios de baja frecuencia, mientras que regularizar los *headways* es apropiado para sistemas donde el periodo de despacho de vehículos es inferior a 10 minutos (Muñoz et al., 2013).

Por ejemplo, en (Yu et al., 2011) se propone un modelo de optimización del *headway* con una matriz de demanda dada, con el cual se busca un balance entre los costos para los pasajeros y para la agencia operadora. Los costos para los usuarios son los tiempos de espera y la falta de comodidad, y los costos de la agencia son el combustible y otros costos variables.

Según (Lizana et al., 2014), aplicar *holding* es una de las estrategias de control más ampliamente estudiadas por la facilidad de implementación y exactitud en su ejecución. Pese a que la aplicación de *holding* puede aumentar el tiempo de ciclo, permite una operación más flexible que si se utilizara un tiempo de parada fijo.

En la literatura existen múltiples modelos de control por *holding* para sistemas de buses urbanos. En un principio se adaptaron modelos ya existentes, por ejemplo en (Zolfaghari et al., 2004) se adecua una metodología de control para sistemas de rieles, llegando a un modelo de programación matemática donde las variables de decisión son los tiempos de *holding*, y utilizando información en tiempo real, de un sistema AVL, se minimiza el tiempo de espera de los pasajeros mediante una heurística para obtener bajos tiempos de solución.

Sin embargo, las particularidades de cada sistema de transporte hacen necesario el desarrollo de modelos específicos que pueden formularse de manera determinística o continua, considerando o no un horizonte de planeación e incluyendo o no métodos de pronósticos.

En (Daganzo, 2009), por ejemplo, se utiliza un modelo adaptativo dinámico para mantener *headways* regulares y reducir el *bus bunching* teniendo en cuenta la aleatoriedad de los tiempos de viaje y de parada. El autor representa la relación entre buses consecutivos con parámetros denominados “fuerza de atracción” y “fuerza de repulsión” que determinan cuándo aplicar *holding* o modificar la velocidad de los vehículos.

Construyendo sobre la investigación anterior, (Xuan et al., 2011) proponen un modelo que utiliza los tiempos de llegada de los vehículos a puntos de control dados. Además de mantener *headways* regulares también consideran el cumplimiento de una tabla horaria, la cual es un valor agregado que puede mejorar la percepción del usuario respecto a la eficacia del sistema. Sin embargo, el enfocar el control hacia la regularidad del *headway* requiere menor tiempo de holgura en los periodos de salida de los vehículos.

También se han propuesto metodologías que utilizan herramientas de inteligencia artificial como se hace en (Yu and Yang, 2007), en donde se desarrolló un modelo apoyado en máquinas de soporte vectorial para estimar los tiempos de salida de los vehículos

de las estaciones. Los adelantos pronosticados son corregidos con tiempos de *holding* hallados mediante un algoritmo genético.

Otro uso de pronósticos en el control por *holding* se da en (Chen et al., 2012), donde se propone un control preventivo cuya información de entrada son las desviaciones del *headway*, las cuales son estimadas considerando la aleatoriedad de la demanda y la operación del sistema. El modelo cuenta con restricciones de capacidad en los vehículos y usa la adherencia a un *headway* objetivo como criterio de desempeño. Además, se establecen reglas de decisión para fijar la velocidad de viaje de los vehículos.

En (Koehler et al., 2011), por ejemplo, se usa un método iterativo para una estrategia de control determinística que busca minimizar tiempos de espera. Se optimizan instancias sucesivas del problema para guiar los tiempos de *holding* hacia la convergencia en un óptimo global.

El control para la reducción de los tiempos de espera de los pasajeros, como es el caso de la investigación anterior, constituye un enfoque distinto al cumplimiento de la tabla horaria o la conservación de *headways* regulares.

Por ejemplo, en (Delgado et al., 2012) se propone un modelo matemático de control para sistemas de transporte tipo BRT, buscando minimizar los tiempos de espera totales de los usuarios tanto en las estaciones como a bordo de los vehículos.

En el modelo se considera que el sistema cuenta con una flota heterogénea de buses con diferentes capacidades. Los autores estudian dos metodologías de control, una donde solo se implementa *holding* y otra donde se aplica de manera simultánea *boarding limits* y *holding*, y las evalúan mediante una simulación en diferentes condiciones.

Así, el principal objetivo en el artículo es identificar las condiciones en las que combinar las estrategias *boarding limits* y *holding* es más beneficioso que una de únicamente *holding*. Los resultados muestran que combinar las dos estrategias de control tiene mejores resultados que aplicar solo *holding*, principalmente cuando hay poca distancia entre vehículos y una alta demanda de pasajeros. Además, la combinación de las dos estrategias permite que la carga de pasajeros sea más homogénea entre los buses, lo cual resulta en mayor comodidad para el usuario.

La formulación del modelo matemático presentada por los autores se caracteriza por tener una función objetivo que minimiza la suma de los tiempos de viaje individuales de todos los pasajeros, desde el momento en el que arriban a las estaciones, hasta que llegan a su destino final y durante todo el horizonte de planeación. Este último consiste en el tiempo que tarda cada vehículo visitando todas las estaciones exactamente una vez.

En la función objetivo se discriminan distintos tiempos: primero, el tiempo de espera en la estación, el cual se divide en la espera de pasajeros que logran ingresar al primer vehículo que pasa y el tiempo de espera de los que deben esperar un segundo vehículo; segundo, el tiempo de espera al interior del vehículo; y tercero, tiempo de espera extra de los pasajeros que no pueden abordar el vehículo ya sea porque este se encuentre lleno o por una decisión de control. Para el tiempo de espera de pasajeros a los que no se les permite el ingreso al bus cuando aún existe capacidad disponible, se incluye una penalización.

Finalmente, la suma ponderada de las componentes de la función objetivo se divide entre el total de pasajeros en el sistema. Por lo anterior, la función objetivo es no lineal y no convexa, aunque las restricciones del modelo son todas lineales y todas las variables son continuas.

Con el modelo propuesto en (Delgado et al., 2012) es posible implementar las estra-

tegias de control por *holding* y *boarding limits*, las cuales están ponderadas en la función objetivo del modelo permitiendo seleccionar prioridades y aplicar de forma individual cada estrategia o ambas de forma simultánea. Lo anterior se logra aumentando el valor ponderador asignado a cada una de las estrategias en la función objetivo.

Aquí es donde radica la principal contribución del artículo, en la introducción del *boarding limits* como mecanismo de control para aumentar la calidad del servicio, puesto que se considera esta estrategia simultáneamente con el *holding* y se incorporan restricciones referentes a la capacidad de los vehículos.

El modelo propuesto es determinístico y calcula los tiempos de *holding* y el número de pasajeros a los que se les permite abordar a cada bus en cada estación. Se considera la evolución de todo el sistema asumiendo que las medidas correctivas se toman cada vez que un vehículo llega a una estación.

La explicación del modelo matemático está muy bien desarrollada, por lo cual el artículo se convierte en una buena referencia para la construcción de propuestas de estrategias de control de transporte. El artículo permite conocer un enfoque interesante de la abstracción de un sistema de transporte tipo BRT, sobre todo en la importancia que le dan los autores a la especificación de los distintos tiempos de espera de los usuarios en un sistema de este tipo. Por esto, el artículo puede considerarse como una base sólida para otros modelos de control que partan de suposiciones similares o que representen sistemas parecidos.

En la simulación los autores evalúan los modelos de control bajo diferentes condiciones, estos escenarios están dados por la combinación de los niveles de dos factores: la capacidad de los vehículos (si esta puede ser alcanzada o no) y las frecuencias del servicio (una alta frecuencia equivale a distancias cortas entre vehículos). Así, se comparan cuatro estrategias de control diferentes: un escenario sin control, uno de control

básico *threshold*, la tercera estrategia combina *holding* con *boarding limits*, el último es únicamente el *holding*.

El sistema se simula basado en eventos, cada vez que un bus llega a una estación se actualizan las cargas de los buses, los tiempos de viaje, las posiciones y el número de pasajeros en las estaciones. Durante la simulación se lleva el registro de los individuos en las estaciones y en los buses para cada paso del recorrido.

En el modelo de optimización se asume que la demanda y los tiempos de viaje son determinísticos, sin embargo en la simulación los pasajeros llegan aleatoriamente siguiendo una distribución de Poisson y los tiempos de viaje entre estaciones se generan de forma aleatoria bajo una distribución de probabilidad lognormal.

El modelo propuesto junto con las otras estrategias de control enunciadas anteriormente, se aplica en la simulación a una flota homogénea de buses que opera en una ruta de 10 kilómetros con 30 estaciones distribuidas uniformemente. Los tiempos de abordaje y descenso de cada pasajero son fijados en 2,5 y 1,5 segundos respectivamente.

Para cada combinación de estrategia y escenario los autores realizan 30 réplicas de la simulación, cada una representando 2 horas de operación. Se tomaron los primeros 15 minutos de cada corrida como tiempo de calentamiento suficiente para que se presente la congestión en el sistema y se haga necesaria la aplicación del control.

Los indicadores de desempeño para los resultados de la simulación fueron: tiempo de espera promedio y su desviación estándar, trayectorias de los vehículos, cargas de los vehículos, distribución de los tiempos de ciclo, distribución de los tiempos de espera, duración de los tiempos de *holding* y el tiempo computacional requerido.

Finalmente, los autores comentan que si el modelo sugiere limitar el número de pa-

sajeros que abordan un vehículo, entonces se puede impedir el abordaje de pasajeros en algunas estaciones o incluso no detener el bus en las que no hay pasajeros que requieran bajar del vehículo.

Claramente el *boarding limits* es una estrategia que puede ser controversial, pero los autores consideran que si los pasajeros conocen que deben esperar poco tiempo para que llegue un próximo bus y que la distribución equitativa de cargas se refleja en comodidad, entonces la estrategia puede ser bien tomada por los usuarios.

En (Muñoz et al., 2013), se comparan dos enfoques de control para sistemas de transporte urbano con buses en diferentes escenarios. El primer enfoque está basado en optimización determinística con un horizonte de tiempo corto y el segundo es un modelo predictivo híbrido con un horizonte más largo que considera la evolución estocástica del sistema.

El enfoque determinístico es un modelo más completo que el estocástico, pero considera periodos cortos. El enfoque estocástico es un modelo relativamente más sencillo pero se puede aplicar para periodos más largos, dando soluciones adecuadas cuando las condiciones del sistema no cambian drásticamente.

En el artículo se comparan los dos métodos a través de simulaciones en diversos escenarios teniendo en cuenta factores como las capacidades de los buses, las frecuencias de servicio (media y alta) y diferentes niveles de demanda, y se identifican las situaciones bajo las cuales cada uno de los enfoques posee mejor desempeño que el otro.

En los modelos de control comparados, los autores suponen que la flota de buses es homogénea, los vehículos sirven todas las estaciones, no se permite adelantamientos entre vehículos, las tasas de llegada de pasajeros y los tiempos de viaje entre estaciones son determinísticos (conocidos y fijos para el periodo de interés) y el tiempo de abordaje

predomina sobre el tiempo de descenso.

El modelo determinístico utilizado tiene una estructura similar a la utilizada en otras investigaciones, por el hecho de ser común y de uso estandarizado, sin embargo cabe mencionar que éste se basa únicamente en *holding* y en una versión simplificada de *boarding limits* al considerar que los buses pueden llegar a completar su capacidad, sin embargo no se considera la modificación de la velocidad de los vehículos.

En este modelo, se minimiza el tiempo total de los usuarios en el sistema: el tiempo que esperan a que pase el primer bus, el que deben esperar por un segundo vehículo si el primero partió lleno y el tiempo de viaje dentro del vehículo. La función objetivo a minimizar es la suma ponderada de los tiempos dividida entre el total de pasajeros. En sus restricciones el modelo contempla la capacidad de los vehículos y tiene como variable de decisión el tiempo de *holding*. La función objetivo es cuadrática y no convexa, mientras que las restricciones son lineales.

En la estrategia de control predictiva híbrida el modelo se basa en la ocurrencia de eventos (llegada de vehículos a las estaciones) tras los cuales las acciones de control deben llevarse a cabo, en lugar de correr el modelo en intervalos de tiempo determinados.

Se utilizan funciones continuas que describen el comportamiento del sistema y se resuelven a través de integrales para periodos determinados (relacionados con el horizonte de planeación).

La estimación de la demanda trabaja con el análisis estadístico de los datos recolectados por sensores localizados en las estaciones y en los buses, se combina información histórica con información en tiempo real, utilizando modelos de promedio móvil auto-regresivo para obtener los tiempos entre arribo de pasajeros.

La función objetivo que se desea minimizar está orientada a mejorar el nivel de servicio percibido por los pasajeros, en relación al tiempo de espera y una penalidad por acciones de control en contra de sus intereses. Los componentes de la función son ponderados en el total.

Los autores simularon un corredor de tránsito de 10 kilómetros de longitud con 30 estaciones distribuidas uniformemente. La velocidad operativa de los vehículos fue asumida en 26 km/h. Los tiempos de abordaje y descenso por pasajero fueron fijados en 2,5 y 1,5 segundos respectivamente. Todas las llegadas de pasajeros fueron tratadas como procesos de Poisson.

La información de entrada de los modelos proviene de sistemas de conteo de pasajeros y de posicionamiento de vehículos. Como información de salida o variables de decisión se tiene el tiempo de *holding*. Los resultados mostraron que el enfoque determinístico se desempeña mejor cuando los vehículos llegan a utilizar toda su capacidad, y el estocástico es mejor en los casos contrarios (por el horizonte mayor en la planeación). Por lo cual los autores concluyen que el primero se debe utilizar en horas pico y que es mejor emplear el segundo en horas valle.

(Chen et al., 2013) realizan un trabajo que tiene como idea principal llenar un vacío de conocimiento detectado en el área de la aplicación del control por *holding* en sistemas de transporte.

En las investigaciones anteriores, no se considera que durante el tiempo de *holding* se puede dar la llegada de pasajeros y que estos ingresen al vehículo. Es común que se ejecute el *holding* después de realizarse el ingreso y egreso de pasajeros, por lo cual el tiempo total de parada en un punto de control es definido como la suma de los tiempos regulares determinados por los pasajeros y el tiempo de espera adicional (*holding*).

Esta suposición en los modelos de control puede ser inconsistente en momentos de alta demanda y cuando el tiempo de *holding* es relativamente grande. Un enfoque más aproximado a la realidad es considerar estos tiempos de ascenso y descenso dentro del *holding* para obtener un control preciso con tiempos de parada más cortos.

Por lo anterior, los autores consideran el abordaje de pasajeros durante el tiempo de *holding*, lo cual reduce la espera de los usuarios que arriban durante este periodo, diferenciándose así de otros modelos de control. Sin embargo, el enfoque del artículo hace que el problema de control sea no convexo y difícil de resolver.

La estrategia propuesta por (Chen et al., 2013) está basada en aplicar *holding* en múltiples puntos de control, logrando reducir la varianza de las separaciones entre vehículos a lo largo de una ruta. Únicamente se retiene a los buses lo estrictamente necesario para recuperar la uniformidad del *headway* sin que el tiempo extra en el punto de control sea sobrestimado.

El artículo hace énfasis en la simulación del modelo de control planteado y su comparación respecto a otros modelos de *holding* en la literatura, además se relacionan otras estrategias de control diferentes.

El modelo de control presentado por los autores fue desarrollado con el objetivo de implementarse en tiempo real, por lo cual es necesaria su solución en bajos tiempo de cómputo. Para esto se desarrolló una heurística que soluciona el problema.

El artículo muestra la implementación del modelo propuesto en un sistema real, utilizando información de localización de vehículos y conteo de pasajeros en una ruta de transporte que corre de norte a sur a través de Chicago y tiene un volumen relativamente alto de pasajeros durante horas pico. Además, revela cómo se calcularon y calibraron los parámetros del modelo utilizando información del mes de setiembre del

año 2006, se utilizó regresión lineal para calcular tiempos de parada de los vehículos y conteos de pasajeros.

Debido a que el sistema está sobredimensionado es razonable un modelo que no incluya la capacidad de los vehículos dentro de sus restricciones.

Para ilustrar la convergencia de la heurística utilizada se simulan varios casos, se plantean 100 escenarios variando los parámetros de entrada y tamaños del problema (número de buses controlados y número de paradas en la ruta). Aunque el modelo asume tiempos de viaje determinísticos, en la simulación e implementación se consideran tiempos estocásticos distribuidos uniformemente y la tasa de arribo de pasajeros se fija en 1,7 personas por minuto.

Mientras que algunos softwares comerciales pueden ser capaces de resolver pequeñas instancias del problema de optimización, su desempeño decrece rápidamente a medida que el tamaño del problema se incrementa. El método heurístico utilizado en el artículo se desempeña bien para problemas de gran tamaño.

Las medidas utilizadas, por los autores, para evaluar la efectividad de la estrategia de control fueron: el porcentaje de tiempo ahorrado comparando los escenarios de control, medido en minutos por pasajero, el tiempo de *holding*, se busca que los vehículos no sean retenidos demasiado tiempo, el porcentaje de estabilidad del *headway* mejorado con respecto al escenario sin control y finalmente el tiempo total de cómputo utilizado.

Los resultados mostraron que el modelo planteado mitiga la propagación de errores y mantiene un desempeño uniforme en comparación con otros modelos de control presentes en la literatura, los cuales no consideran que los pasajeros pueden abordar mientras que se ejecuta el tiempo de *holding*.

En los resultados del análisis de sensibilidad se concluye que la estrategia de *holding* es más apropiada para rutas con una gran separación entre vehículos. Los ahorros en tiempo de espera se incrementan constantemente a medida que la demanda aumenta para la estrategia de *holding*, mientras que en la estrategia de station skipping hay un nivel óptimo de demanda en el cual se maximiza el tiempo ahorrado; con un nivel de demanda mayor estos ahorros empiezan a decrecer.

Según los autores, en el modelo planteado hay múltiples limitaciones que pueden ser consideradas en futuras investigaciones. Primero, se deben considerar tiempos de transporte variables, de naturaleza estocástica y no determinística como lo asumieron en el artículo. Segundo, trabajar en la selección adecuada de puntos de control, comúnmente se utilizan las mismas estaciones, pero esta decisión puede obtenerse mediante una optimización. Tercero, la combinación de la estrategia de *holding* con otras ya que esta no ayuda cuando un vehículo se atrasa respecto a su programación.

En (Ji and Zhang, 2013) se propone una estrategia de control que contiene ecuaciones que modelan la dinámica del sistema de transporte en el tiempo. Esta estrategia busca regular la separación entre vehículos y así prevenir que se acumulen los buses aplicando *holding*.

El modelo matemático propuesto incluye ecuaciones diferenciales y fue probado para una sola ruta. Lo más útil del artículo para contribuir a la literatura es el criterio de diferencias de tiempo entre buses para establecer las acciones de control y también la evaluación del desempeño de la metodología de control por medio de la variación del *headway*.

Los autores proponen una nueva forma de calcular el *headway* entre vehículos consecutivos por medio de lo que denominan *time gaps*. Esta diferencia de tiempo captura las variaciones en tiempo y espacio debidas a la velocidad del bus y la demanda de

pasajeros. Así, los autores utilizan el *time gap* en lugar del *headway* tradicional porque consideran que esto facilita el análisis del sistema y permite conseguir un control óptimo.

Para lo anterior se requiere información en tiempo real de la localización de los vehículos e información histórica de la velocidad de viaje y la demanda de pasajeros, así que se supone que se dispone de sistemas AVL.

En el artículo, los autores muestran el procedimiento desarrollado para que el modelo propuesto permita predecir el comportamiento del sistema de transporte, el cual que consiste en dos pasos generales: primero, se formula un programa de control dinámico cuadrático discreto con una función de costos y ecuaciones dinámicas de estado; segundo, se encuentra el vector de tiempos del *holding* que minimiza la función de los costos.

El procedimiento da como resultado la estrategia de control o “ley de control única” como la llaman los autores, que puede ser utilizada para definir los tiempos de parada de todos los buses en cualquier punto, es decir, la estrategia de *holding* que se propone asume que los vehículos se pueden retener en todas las estaciones.

La principal ventaja del modelo de control propuesto en el artículo es que le permite al sistema recuperarse de graves perturbaciones, tales como las fallas mecánicas, que saquen a un vehículo de funcionamiento.

A la hora de realizar la simulación, la velocidad de los buses se genera aleatoriamente mediante una distribución normal en algunos casos y lognormal en otros. Cuando un vehículo llega a una estación el conteo de abordaje y la tasa de descenso de pasajeros se calculan suponiendo una distribución de Poisson, la cual es razonable para rutas de buses con un *headway* promedio relativamente pequeño, según los autores. Se asume que los pasajeros arriban a las estaciones a una tasa constante e independiente del tiempo.

El tiempo de abordaje y descenso de los pasajeros, así como el tiempo de espera del vehículo en la estación lo asumen como una función lineal del número de personas que ingresan al vehículo.

Para probar la estrategia de control propuesta en el artículo, esta se compara con un control respecto a un *headway* objetivo y con un control dinámico basado en espaciamiento.

La medición del desempeño de las tres estrategias de control consideradas se realiza de acuerdo a métricas que representan la confiabilidad del sistema y su eficiencia. La confiabilidad es representada mediante la variación del *headway*, a saber que una variación baja del *headway* genera tiempos de espera más bajos para los usuarios e indica una confiabilidad alta.

La eficiencia del sistema es medida por los tiempos de *holding* promedios, tiempos de *holding* grandes llevan a costos operativos altos ya que se requiere un mayor número de vehículos para mantener el servicio.

El desempeño de las estrategias de control se evalúa en dos escenarios, en el primero se asumen 4 buses en operación en un ambiente normal y en el segundo escenario se asume que uno de los vehículos tiene una falla mecánica y se saca de circulación.

Los resultados de la simulación arrojan que el control dinámico basado en el espaciamiento puede responder a la falla mecánica de los vehículos y resulta en diferencias de tiempos con menor variabilidad que el control que se basa en mantener un *headway* objetivo.

Con el método de control propuesto los tiempos de *holding* disminuyen ya que los vehículos son retenidos en un menor número de estaciones, lo cual es un punto a favor

puesto que incrementos en el tiempo de *holding* indican que el sistema de buses tiende a ser inestable.

Adicionalmente, los autores muestran que el modelo de control propuesto también puede responder a cambios grandes en la demanda pasajeros y la velocidad de los buses.

Por último afirman que cuando el número de vehículos es relativamente alto comparado con la longitud de ruta, la distancia entre dos vehículos consecutivos es pequeña y por lo tanto es razonable asumir que las diferencias en tiempo pueden estimarse adecuadamente.

Como trabajo futuro sugieren investigar el desempeño de la estrategia de control propuesta en una ruta de vehículos más larga y que trabaje con una mayor demanda de pasajeros, así como también extender la metodología para sistemas con múltiples rutas.

En (He, 2015) se propone una estrategia que determina de forma adaptativa los tiempos de *holding* o los ajustes a la velocidad de buses necesarios para minimizar el bus bunching en un sistema de transporte tipo BRT.

La particularidad del modelo matemático propuesto en el artículo es que considera la influencia de las variables tanto de forma lineal como cuadrática. El autor discute sobre distintas estrategias de *holding* y analiza su eficiencia potencial, la cual es medida como el nivel de aprovechamiento y explotación de la información disponible. Hace una recopilación de las estrategias existentes y sus casos especiales para proponer una nueva estrategia de control.

En (He, 2015) se hace referencia a las investigaciones que inspiran la construcción del modelo que se propone, así como las fórmulas originales y el trabajo realizado para adaptarlas según el enfoque que se desea lograr en el artículo.

La información requerida por el modelo incluye los tiempos de llegada de cada vehículo a cada estación y el tiempo de llegada del vehículo anterior. Las variables de decisión o información de salida del modelo son los tiempos de *holding* y el cambio en la velocidad para cada bus en cada estación.

El modelo presentado en el artículo es de optimización continua, lo que lo convierte en un enfoque que no ha sido muy estudiado dentro de la literatura científica, pocos autores abordan el problema de control desde esta perspectiva.

La estrategia de control se centra en el *holding* y en la modificación de las velocidades de los vehículos, además se diferencia de otros trabajos en la literatura en el hecho de que considera el impacto no lineal del proceso de abordaje en los tiempos de parada de los vehículos, esto es, se supone una relación no lineal entre el incremento del número de personas que abordan un vehículo y el tiempo total de abordaje.

En el modelo se incluye una restricción para mantener la distancia entre vehículos en la operación del sistema sobre un límite inferior deseado. La formulación del modelo es compleja y se utilizan demostraciones matemáticas para probar la efectividad del control. Además, se realiza un análisis de estabilidad del modelo, relacionando los resultados obtenidos para dar una estimación de la estabilidad a largo plazo de las estrategias de control consideradas.

Muchas de las suposiciones y fórmulas iniciales utilizadas en el modelo matemático pueden ser llevadas a otro contexto, por lo cual el enfoque de optimización utilizado por el autor es útil para plantear otras propuestas, sin embargo, el enfoque continuo del modelo implica una mayor exigencia computacional en la solución por sus características matemáticas.

El modelo se prueba con análisis numérico y simulación y se compara con el propuesto por (Xuan et al., 2011) debido a que este último mostró un rendimiento superior al de muchos otros en la literatura. Para facilitar la simulación y la comparación de desempeños, el modelo planteado por (He, 2015) se simplifica para un caso homogéneo en el cual muchos de los parámetros tienen el mismo valor, lo cual hace que no refleje gran parte de los sistemas BRT reales.

Para estimar la eficiencia de los métodos de control analizados, se ejecutan 500 réplicas de la simulación para cada método de control, en las cuales se varía la cantidad de vehículos y de estaciones, dando resultados estables para cuando estos dos parámetros son superiores a 30. Así, el impacto de cambios en el tamaño del sistema en el desempeño del modelo de control se hace mínimo cuando el sistema es grande (alto número de estaciones y buses).

De los resultados de las simulaciones se concluye que el modelo propuesto sí puede disminuir el bus bunching y además mantiene altas velocidades, aumentando así la confiabilidad en la programación y mejorando la regularidad de las distancias entre buses.

Adicionalmente, a partir del análisis de sensibilidad realizado en las simulaciones se observa que en la práctica la influencia no lineal de los tiempos de abordaje en la distancia entre vehículos puede ser ignorada si esta última no es muy grande.

Como investigaciones futuras, el autor plantea explorar el uso de información en tiempo real para alimentar el modelo de control y probar o complementar el modelo para resistir la acumulación de vehículos en una red de tránsito con múltiples líneas. Además, integrar la estrategia de control del límite de abordaje para obtener un modelo aún más completo.

Un ejemplo de aplicación de otras herramientas de la investigación operativa en el

control de transporte es el presentado en (Dai et al., 2019), en donde se propone una estrategia predictiva de *holding*, que busca regularizar el *headway* mediante la clasificación y selección de puntos de control basada en la teoría del juego cooperativo.

Esto, porque los autores consideran que es posible escoger los puntos de control a lo largo de la ruta de tal forma que solo se necesiten unos pocos. Los resultados de la simulación muestran que la estrategia propuesta puede reducir significativamente el tiempo de espera de los pasajeros y la variación del *headway*.

Debido a las ventajas del control por *holding* encontradas en la revisión de la literatura descrita, tales como la facilidad de la implementación o la exactitud a la hora de ejecutarse, se decide incluir esta estrategia en la metodología de control para sistemas de transporte BRT a proponer en el presente trabajo.

Otras estrategias como la limitación de abordaje de pasajeros, el salto de estaciones o el giro corto no son consideradas por las molestias que pueden generar en los usuarios. Aquí, se parte del supuesto de que para los usuarios es más fácil tolerar una espera extra en una estación mientras están sentados en el vehículo, que la prohibición de su entrada a un bus a pesar de haber cupo disponible en él, o que un vehículo por el cual llevan un tiempo esperando decida no detenerse en la estación.

Aunque estas estrategias puedan tener un efecto en el largo plazo en disminución del tiempo de espera de los usuarios, es muy probable que ellos perciban estas acciones como algo molesto o descortés por parte del operador del sistema o incluso del conductor del vehículo.

No se contempla tampoco incluir la variación de la velocidad de los buses como estrategia de control, esto debido a que es posible que sea más fácil para los conductores de los vehículos implementar un tiempo de retención y recibir dicha orden cuando están

detenidos en una estación, que recibir o ejecutar una orden de cambio de velocidades cuando están transitando sobre el corredor.

Adicionalmente, puede ser difícil conservar la velocidad óptima calculada por el modelo de control, debido a que en la práctica se presenta variabilidad en la velocidad de los buses por el cambio constante de las condiciones de tráfico. Por todo lo anterior, se decide plantear un modelo de control de transporte basado únicamente en *holding*.

La mayoría de las propuestas encontradas en la revisión de la literatura tienen como objetivo la disminución de los tiempos de espera de los usuarios, sin embargo, también se encontró que homogenizar los *headways* mejora la distribución de pasajeros en los vehículos y disminuye los tiempos de espera de los usuarios en las estaciones, por lo cual se mejora la comodidad de estos últimos, así como su nivel de satisfacción y percepción de la calidad del servicio. Por tal motivo, se decide enfocar el modelo a proponer hacia la regularización del *headway*.

Por último, en este trabajo también se supone que se cuenta con un sistema de localización de vehículos, así como todos los trabajos revisados de la literatura, puesto que se pretende proponer una estrategia de control en tiempo real, para lo cual es necesaria dicha tecnología. En el siguiente capítulo se presenta el modelo de control de transporte propuesto.

Capítulo 3

Objetivos

3.1. Objetivo General

Desarrollar un modelo de control basado en retención (*holding*) que permita reducir el apelotonamiento de buses para sistemas de transporte tipo BRT (*Bus Rapid Transit*) sin conteo automático de pasajeros en los vehículos.

3.2. Objetivos Específicos

- Conocer el comportamiento y las características generales de los sistemas de transporte tipo BRT para identificar la mejor estrategia de control.
- Identificar las estrategias de control en tiempo real para sistemas de transporte público tipo BRT de la literatura para identificar los elementos que puedan ser usados en el desarrollo del modelo a proponer.
- Proponer un modelo matemático de control para sistemas de transporte tipo BRT que permita reducir el apelotonamiento de buses mediante estrategias de retención.
- Probar el modelo mediante simulación al sistema de transporte Megabús de Pereira para analizar su rendimiento.

Capítulo 4

Modelo de Control Propuesto

En este capítulo se presenta y explica el modelo matemático de control propuesto. Primero se realiza una breve descripción del sistema de transporte considerado en la investigación, luego se explica la construcción de cada una de las ecuaciones que conforman el modelo, seguidamente se presenta el modelo formulado completo con su notación, después se realiza un proceso de linealización de algunas expresiones y por último se presenta el modelo linealizado.

4.1. Descripción del sistema de transporte

En este trabajo se analiza una única ruta de un sistema de transporte tipo BRT, el cual posee un corredor de tránsito dedicado que forma un circuito cerrado, donde hay un total de E estaciones distribuidas de forma irregular.

En un instante de tiempo cualquiera, la cantidad total de vehículos que se desplazan por el corredor es denotada por U . Este parámetro es dinámico puesto que varía en el tiempo, así, cuando la cantidad de buses funcionando en la ruta cambia, ya sea porque un nuevo bus ingresó al sistema o porque algún otro terminó su recorrido, entonces el valor del parámetro U es actualizado.

Se asume que los buses transitan a una velocidad conocida y poseen una capacidad de pasajeros heterogénea. Los vehículos inician su operación en la estación 1, y en su recorrido visitan las demás estaciones ($2, 3, \dots, E$) hasta regresar al origen, el cual es también virtualmente la estación $E + 1$. En la Figura 4.1 se hace una representación de una ruta.

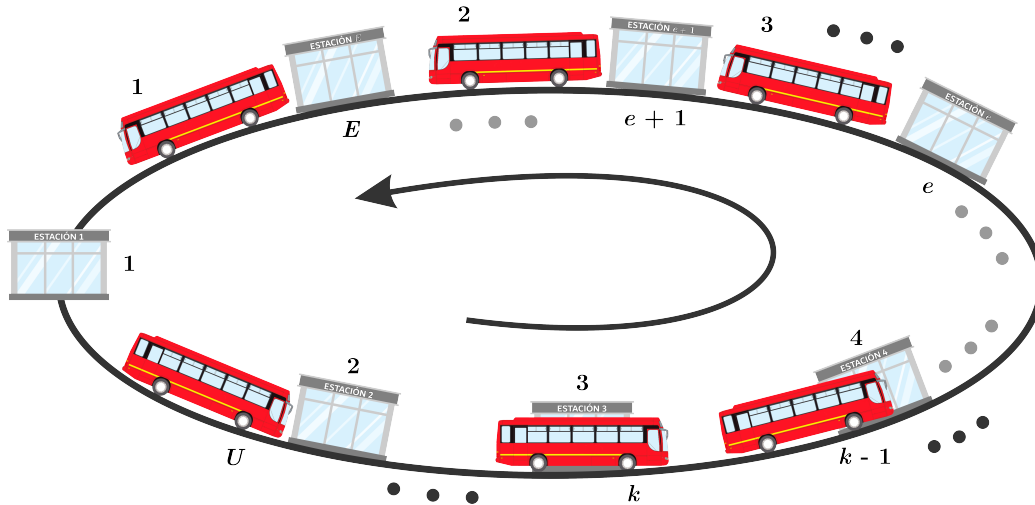


Figura 4.1: Representación de una ruta en un sistema tipo BRT. *Fuente:* Elaboración propia.

Los buses son enumerados según el orden de partida desde la estación 1, por lo tanto, el primero es aquel más próximo a terminar su recorrido. Esta numeración se actualiza cada vez que un bus termina su recorrido y por lo tanto sale del sistema. Por su parte, las estaciones son enumeradas según el orden en que son visitadas por los buses a lo largo del corredor como se muestra en la Figura 4.1.

La demanda es variable y su estimación se puede realizar a partir de la combinación de la información de la venta de pasajes en las estaciones en tiempo real y de una matriz Origen-Destino (OD) estimada, la cual está conformada por el número total de viajes realizado entre cada par de estaciones del sistema en una ventana de tiempo definida.

A continuación se listan las principales características del sistema de transporte considerado:

- La ruta forma un circuito cerrado con un total de E estaciones que pueden estar distribuidas de forma irregular.
- El periodo de despacho de los vehículos es constante.
- Los buses transitan a una velocidad conocida y deben visitar todas las estaciones del sistema.
- No se admiten adelantamientos entre vehículos.
- Los buses pueden poseer una capacidad de carga de pasajeros heterogénea.
- Se permite el abordaje en el vehículo de todos los pasajeros posibles hasta agotar su capacidad disponible.
- Los usuarios que no pueden abordar un bus esperan la llegada del próximo.
- La demanda es una variable estocástica y se presenta a una tasa diferente en cada estación.
- Se dispone de información en tiempo real de la venta de pasajes en cada estación y de los tiempos de llegada y salida de los buses en las estaciones visitadas.
- Se cuenta con una estimación de flujo de pasajeros en una matriz OD.
- Los tiempos de abordaje y descenso de pasajeros se consideran lineales en función de la cantidad de usuarios y dependen de parámetros constantes durante la operación del sistema.
- Se dispone de un sistema de localización automática de vehículos (AVL) por GPS.
- No se cuenta con un sistema de conteo automático de pasajeros (APC) en los buses.

4.2. Deducción del modelo matemático

Se desea conseguir que los *headways* entre cada par de buses consecutivos funcionando en el sistema en un momento dado, se aproximen a un *headway* ideal (periodo de despacho de los buses). Por lo cual, el objetivo es minimizar la variabilidad del *headway* con respecto al *headway* deseado.

Esta variabilidad es calculada como la suma de las desviaciones absolutas entre cada *headway* real y el deseado. Debido a que el bus número 1 no posee un bus delante de él con el cual calcular su *headway*, no es incluido en la sumatoria, por lo cual se tienen $U - 1$ *headways*. Así, la función objetivo del modelo está dada por:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{k=2}^U |H_{k,k-1} - H_d|, \quad (4.1)$$

donde $H_{k,k-1}$ es el *headway* entre el bus k y el bus $k-1$, y H_d denota el *headway* deseado.

Siguiendo un enfoque similar al propuesto en (Ji and Zhang, 2013), el *headway* se calcula como el tiempo que le tomará a un vehículo alcanzar la posición registrada del que va inmediatamente adelante, en el momento en que se ejecuta el modelo de control. Dentro de este cálculo se considera la distancia física a recorrer y los tiempos de parada en las estaciones.

El control se aplica a intervalos regulares y no cada vez que un vehículo llegue a una estación como se observó en la mayoría de los trabajos revisados en la literatura. Es decir, el tiempo que transcurre entre una ejecución del control y otra es fijado previamente y se mantiene constante durante la operación del sistema.

Si el bus al que se le está calculando el *headway* con respecto al que va adelante se encuentra en una estación en el momento de la aplicación del modelo de control, entonces se considera el tiempo estimado que falta para que se termine el abordaje y

descenso de pasajeros. Esto se hace porque en un sistema de transporte con estaciones relativamente cercanas entre sí, dichos tiempos son significativos e ignorarlos puede llevar a subestimar el *headway*.

Así, para el cálculo del *headway* entre el bus k y el bus $k - 1$, se halla primero el tiempo que le tomaría al bus k , viajando a una velocidad constante v_k , llegar a la posición del bus $k - 1$, por lo tanto este tiempo se calcula dividiendo la distancia que separa a los buses, $d_{k,k-1}$, entre la velocidad del bus k .

Luego, se estiman y se suman los tiempos de parada T_{ke} del bus k en cada estación e que visitará antes de alcanzar al bus $k - 1$. Este conjunto de estaciones que visitará el bus k es denotado por $E_{k,k-1}$.

Si el bus k está detenido en una estación al momento de solucionar el modelo de control, dicha estación se incluye en el conjunto $E_{k,k-1}$, pero no se incluye la estación en la que se encuentre el bus $k - 1$, ya que esta última hace parte del conjunto $E_{k-1,k-2}$.

Sin embargo, el tiempo Td_{k-1} que lleva detenido el bus $k - 1$ en la estación en la que se encuentre al ejecutarse el modelo (si ese es el caso), se resta para no sobrestimar la separación entre los buses. Esta es una innovación que se propone en el cálculo del *headway*.

Teniendo en cuenta lo anterior, el *headway* entre un bus k y el bus $k - 1$ es calculado usando la ecuación 4.2.

$$H_{k,k-1} = \left(\frac{d_{k,k-1}}{v_k} \right) - Td_{k-1} + \sum_{e \in E_{k,k-1}} T_{ke}. \quad (4.2)$$

Para una mayor claridad en el proceso de cálculo de *headway* propuesto, en la Figura 4.2 se presenta una situación ejemplo. Para este caso se supone que el bus que va detrás no está detenido en una estación al momento de aplicar el modelo de control, pero sí lo está el bus que va adelante, el cual lleva 1 minuto detenido en su estación.

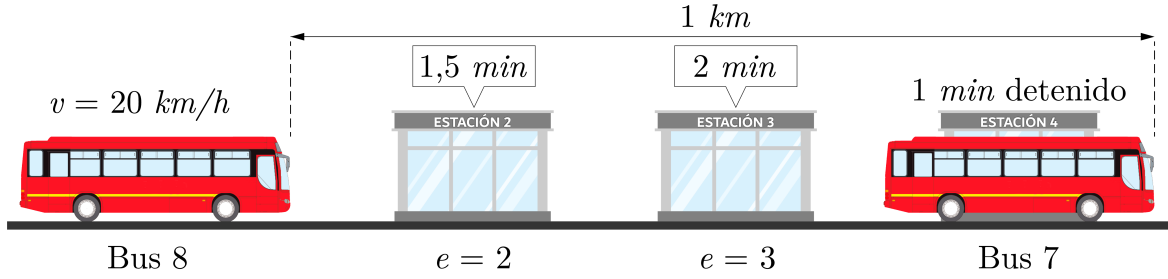


Figura 4.2: Ejemplo de cálculo del *headway* con la expresión propuesta. *Fuente:* Elaboración propia.

Aplicando la expresión 4.2 al ejemplo de la Figura 4.2 y teniendo en cuenta las unidades de medida se tiene:

$$\begin{aligned}
 H_{8,7} &= \left(\frac{d_{8,7}}{v_8} \right) - Td_7 + \sum_{e \in E_{8,7}} T_{8e} \\
 &= \left(\frac{d_{8,7}}{v_8} \right) - Td_7 + T_{82} + T_{83} \\
 &= \left(\frac{1 \text{ km}}{20 \text{ km/h}} \times 60 \text{ min/h} \right) - 1 \text{ min} + 1,5 \text{ min} + 2 \text{ min} \\
 &= 3 \text{ min} + 2,5 \text{ min} \\
 &= 5,5 \text{ min}.
 \end{aligned}$$

De aquí en adelante, k y e representan los índices para los buses y las estaciones, respectivamente.

Dado que el modelo se soluciona a intervalos dados, los tiempos de parada que se realicen pueden ser solo una parte de todos los hallados por el modelo, sin embargo, se consideran todas las estaciones entre buses consecutivos dentro de un horizonte específico para cada vehículo con el propósito de no sobrestimar el tiempo de retención (*holding*).

El tiempo de parada es hallado sumando el tiempo estimado de abordaje y descenso de pasajeros con el tiempo de *holding*. Sin embargo, si el vehículo está en una estación,

ejecutando un tiempo de parada que fue calculado en una aplicación anterior del modelo, es necesario restar el tiempo que lleva detenido para que se considere únicamente el tiempo de espera no ejecutado.

No obstante, es posible que la suma de tiempos de abordaje y descenso de pasajeros y el tiempo de *holding* sea inferior al tiempo que lleva detenido el bus, lo cual resultaría en un tiempo de parada negativo. Si se presenta este caso, se asigna un tiempo de parada con valor de 0. Siguiendo lo anterior, el tiempo de parada T_{ke} de un bus k en una estación e se obtiene mediante la expresión:

$$T_{ke} = \max(\alpha S_{ke} + \beta B_{ke} + Th_{ke} - Tl_{ke}, 0), \quad (4.3)$$

donde α y β son parámetros que representan, respectivamente, el tiempo de ascenso y tiempo de descenso de un pasajero; S_{ke} y B_{ke} denotan la cantidad de pasajeros que suben al bus y que bajan del bus, respectivamente; Th_{ke} es el tiempo de *holding* a determinar y Tl_{ke} el tiempo que lleva detenido el bus k en la estación e .

El tiempo de *holding* es la variable de decisión del modelo propuesto en este trabajo, y es necesario imponerle un límite superior para evitar grandes retrasos en la operación de los buses. Dicho límite es un parámetro y es denotado como Th_{max} . Por lo tanto se precisa incluir la restricción 4.4.

$$Th_{ke} \leq Th_{max}. \quad (4.4)$$

La cantidad de pasajeros que abordan un bus k en una estación e se determina siguiendo un razonamiento muy simple, al bus sube la cantidad de pasajeros que esperan por él en la estación, siempre y cuando haya suficiente espacio disponible en el bus. Por lo tanto, la cantidad de usuarios que abordan el bus es el valor mínimo entre la demanda y el cupo disponible.

Este cupo disponible es calculado restándole a la capacidad del bus el valor de la diferencia entre la cantidad de pasajeros que van viajando en el bus, justo antes de detenerse en la estación e , y la cantidad que se baja en la estación.

Para explicar mejor este razonamiento, supóngase que momentos antes de que el bus k se detenga en una estación e , van viajando en el bus una cantidad V_{ke} de pasajeros. Cuando el bus se detiene en la estación, se baja una cantidad B_{ke} , por lo cual el número de usuarios que siguen en calidad de viajeros corresponde a $V_{ke} - B_{ke}$. Así, el cupo disponible en el bus es equivalente a $C_k - (V_{ke} - B_{ke})$, donde C_k denota la capacidad total del bus k . Por lo tanto, la cantidad de usuarios que suben al bus k en la estación e se obtiene mediante la expresión 4.5.

$$S_{ke} = \min(C_k - V_{ke} + B_{ke}, D_{ke}). \quad (4.5)$$

El número de pasajeros que viajan en un bus k se obtiene mediante la ecuación 4.6, sumando las diferencias entre la cantidad de usuarios que se han subido y la cantidad que se ha bajado en las estaciones anteriores a e .

$$V_{ke} = \sum_{i=1}^{e-1} (S_{ki} - B_{ki}). \quad (4.6)$$

El número de pasajeros que descienden del bus k en la estación e , es calculado sumando la cantidad estimada de usuarios que se han subido al vehículo k en las estaciones anteriores con destino a la estación e .

Para cada una de las estaciones anteriores a e se obtiene dicha estimación multiplicando la cantidad de usuarios que se suben en la estación, con la proporción de usuarios que viajan de esa estación hacia e . Dicha proporción se determina mediante el uso de la matriz OD de viajes.

Así, la cantidad estimada de pasajeros que se bajan del bus k en la estación e se calcula como:

$$B_{ke} = \sum_{i=1}^{e-1} S_{ki} \left(\frac{Mod_{ie}}{Mod_i} \right), \quad (4.7)$$

donde Mod_{ie} simboliza el número de usuarios, según la matriz OD, que viajan de la estación i a la estación e y Mod_i la cantidad total de usuarios que realizan viajes originados en la estación i .

Para estimar la demanda para el bus k es necesario considerar la cantidad $Q_{k-1,e}$ de pasajeros que no lograron acceder al bus $k-1$ cuando este visitó la estación e , y sumarla con el número $R_{k-1,e}$ de usuarios que han ingresado a la estación desde que el bus $k-1$ partió de ella hasta el momento actual (ejecución del modelo). Este último dato se consigue mediante al acceso a la información en tiempo real del conteo de ingresos de usuarios a la estación.

Como es posible que al momento de ejecutar el modelo, el bus k esté en movimiento dirigiéndose hacia la estación e , como se mostró en el ejemplo de la Figura 4.2, entonces se debe incluir también la cantidad P_{ke} de pasajeros que ingresarían en el intervalo de tiempo comprendido entre la ejecución del modelo y la llegada del bus k a la estación e . Así, la demanda de usuarios para el bus k en la estación e es estimada por la expresión 4.8.

$$D_{ke} = Q_{k-1,e} + R_{k-1,e} + P_{ke}. \quad (4.8)$$

El valor de P_{ke} se obtiene mediante la ecuación 4.9, en la cual se multiplica la tasa de llegada λ_e de usuarios a la estación e , con el tiempo estimado de viaje Tv_{ke} del bus k , desde la posición actual, en el momento de ejecución del modelo, hasta llegar a la estación e .

$$P_{ke} = \lambda_e Tv_{ke}. \quad (4.9)$$

La tasa λ_e representa el nivel de llegadas de usuarios a la estación e por unidad de tiempo, y es obtenida con el cociente del registro de ingresos $R_{k-1,e}$ y la diferencia de tiempo entre el momento de control t_c y la hora de salida $ts_{k-1,e}$ del bus $k-1$ de la estación e , como se muestra en la expresión 4.10.

$$\lambda_e = \frac{R_{k-1,e}}{t_c - ts_{k-1,e}}. \quad (4.10)$$

El tiempo estimado de viaje Tv_{ke} , que le tomará al bus k llegar a la estación e desde su posición actual, es hallado calculando el tiempo de recorrido del bus k , suponiendo una velocidad constante v_k , y sumándolo con los tiempos de parada del bus en cada una de las estaciones que debe visitar antes de llegar a la estación e . Por lo tanto, este tiempo de viaje está dado por:

$$Tv_{ke} = \frac{d_{ke}}{v_k} + \sum_{j \in E_{k,e}} T_{kj}, \quad (4.11)$$

donde d_{ke} es la distancia entre el bus k y la estación e , y $E_{k,e}$ denota el conjunto de estaciones que debe visitar el bus k antes de llegar a la estación e . En dicho conjunto se incluye la estación en la que se encuentre el bus al momento de realizarse el control, si es ese el caso.

Finalmente, la cantidad de usuarios $Q_{k-1,e}$, que no pudieron ingresar al bus $k-1$ en la estación e , se calcula de forma recursiva restando los que ingresaron al vehículo anterior ($k-2$) del total de usuarios que estaban en la estación cuando el bus $k-2$ salió de la estación, como se muestra en la ecuación 4.12.

$$Q_{k-1,e} = Q_{k-2,e} + R_{k-2,e} + P_{k-1,e} - S_{k-1,e}. \quad (4.12)$$

Es importante mencionar que estos valores calculados para la demanda o cantidad de usuarios que van viajando en un vehículo, o que lo abordan o descienden de él en alguna estación (S_{ke} , B_{ke} , V_{ke} , D_{ke} y Q_{ke}), son estimaciones que se realizan a partir de los tiempos de viaje estimados y la información obtenida de los registros de ventas de pasajes en tiempo real, así como de la matriz OD.

4.3. Modelo Matemático

En esta sección se resume la formulación del modelo matemático de control propuesto, la cual fue explicada paso a paso su construcción en la sección 4.2.

4.3.1. Notación

Para la comprensión del modelo matemático, se presentan primero las tablas con la notación usada, comenzando con los índices y conjuntos y la variable de decisión en las Tablas 4.1 y 4.2.

Tabla 4.1: Índices y conjuntos del modelo de control.

Índices y conjuntos	Descripción
k	Índice de los buses, $k = 1, \dots, U$.
e	Índice de las estaciones, $e = 1, \dots, E$.
i, j	Índices de las estaciones dentro de una matriz OD, $i, j = 1, \dots, E$.
$E_{k,k-1}$	Conjunto de estaciones que se encuentran entre el bus k y el $k - 1$.
$E_{k,e}$	Conjunto de estaciones que se encuentran entre el bus k y la estación e .

Tabla 4.2: Variable de decisión del modelo de control.

Variable de Decisión	Descripción
Th_{ke}	Tiempo de <i>holding</i> para el bus k en la estación e .

En la Tabla 4.3 se presentan las definiciones de los parámetros del modelo. Estos corresponden a la información del estado del sistema de transporte en el instante en que se ejecuta el modelo de control.

Tabla 4.3: Parámetros del modelo de control.

Parámetros	Descripción
E	Número de estaciones de la ruta.
U	Número de buses en operación en el momento en que se resuelve el modelo.
Hd	<i>Headway</i> deseado para los buses de la ruta.
v_k	Velocidad del bus k .
$d_{k,k-1}$	Distancia entre el bus k y el bus $k - 1$.
Td_k	Tiempo que el bus k lleva detenido en una estación. $Td_k = 0$ si el vehículo está en movimiento.
α, β	Tiempos de ascenso y descenso por pasajero, respectivamente.
$Tl_{k,e}$	Tiempo de parada ejecutado por el bus k en la estación e en el instante en que se resuelve el modelo.
Th_{max}	Tiempo máximo permitido para <i>holding</i> .
C_k	Capacidad de pasajeros del bus k .
Mod_{ij}	Cantidad de pasajeros que viajan de la estación i a la j dado por una matriz OD.
$R_{k-1,e}$	Cantidad de pasajeros que ingresan en la estación e desde la partida del bus $k - 1$.
t_c	Instante en el que se resuelve el modelo (tiempo transcurrido desde el inicio de la operación).
$ts_{k-1,e}$	Tiempo de salida del bus $k - 1$ de la estación e (tiempo transcurrido desde el inicio de la operación).

En la Tabla 4.4 se presentan las definiciones de las variables auxiliares del modelo, las cuales son calculadas para determinar los tiempos óptimos de *holding*.

Tabla 4.4: Variables auxiliares del modelo de control.

Variables auxiliares	Descripción
$H_{k,k-1}$	<i>Headway</i> entre el bus k y el $k - 1$.
T_{ke}	Tiempo de parada del bus k en la estación e .
S_{ke}	Cantidad de pasajeros que suben al bus k cuando este visita la estación e .
$B_{k,e}$	Cantidad de pasajeros que descienden del bus k cuando este visita la estación e .
V_{ke}	Cantidad de pasajeros que viajan en el bus k cuando este se dirige a la estación e .
D_{ke}	Cantidad de usuarios que demandan la llegada del bus k en la estación e .
$Q_{k-1,e}$	Cantidad de usuarios en la estación e que no abordaron el bus $k - 1$ ya que este se encontraba lleno y deben esperar la llegada de un próximo vehículo.
P_{ke}	Cantidad de usuarios que ingresarán a la estación e , desde el momento en que se resuelve el modelo, hasta la llegada del bus k .
Tv_{ke}	Tiempo de viaje del bus k desde su posición hasta la estación e .

4.3.2. Formulación

Con la nomenclatura descrita anteriormente, se presenta a continuación el modelo matemático completo con todas sus ecuaciones.

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{k=2}^U |H_{k,k-1} - H_d| \quad (4.13)$$

Sujeto a:

$$H_{k,k-1} = \left(\frac{d_{k,k-1}}{v_k} \right) - Td_{k-1} + \sum_{e \in E_{k,k-1}} T_{ke}, \quad \forall k \neq 1 \quad (4.14)$$

$$T_{ke} = \max(\alpha S_{ke} + \beta B_{ke} + Th_{ke} - Tl_{ke}, 0), \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.15)$$

$$Th_{ke} \leq Th_{max}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.16)$$

$$S_{ke} = \min(C_k - V_{ke} + B_{ke}, D_{ke}), \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.17)$$

$$B_{ke} = \sum_{i=1}^{e-1} S_{ki} \left(\frac{Mod_{ie}}{Mod_i} \right), \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.18)$$

$$V_{ke} = \sum_{i=1}^{e-1} (S_{ki} - B_{ki}), \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.19)$$

$$D_{ke} = Q_{k-1,e} + R_{k-1,e} + P_{ke}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.20)$$

$$P_{ke} = \lambda_e T v_{ke}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.21)$$

$$\lambda_e = \frac{R_{k-1,e}}{t_c - t s_{k-1,e}}, \quad \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.22)$$

$$T v_{ke} = \frac{d_{ke}}{v_k} + \sum_{j \in E_{k,e}} T_{kj}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.23)$$

$$Q_{k-1,e} = Q_{k-2,e} + R_{k-2,e} + P_{k-1,e} - S_{k-1,e}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.24)$$

$$Th_{ke} \geq 0 \quad \forall k \neq 1, \forall e. \quad (4.25)$$

4.3.3. Transformaciones para linealizar el modelo

El modelo de control propuesto es no lineal, lo cual puede complicar su solución. Por lo tanto, se realiza un proceso de linealización que se explica a continuación.

Primero, la función objetivo presentada en 4.13 se reemplaza por la expresión 4.26 y se adicionan las restricciones 4.27 y 4.28. Aquí, θ_k es una variable auxiliar que es una cota superior para la diferencia entre el *headway* real y el *headway* deseado.

$$\text{Minimizar} \quad Z = \sum_{k=2}^U \theta_k \quad (4.26)$$

$$\theta_k \geq H_{k,k-1} - Hd, \quad \forall k \neq 1 \quad (4.27)$$

$$\theta_k \geq Hd - H_{k,k-1}, \quad \forall k \neq 1 \quad (4.28)$$

Segundo, la restricción 4.15, que corresponde al cálculo del tiempo de parada del bus en una estación, se reemplaza por las restricciones que van de la 4.29 a la 4.32. Aquí, x_{ke} es una variable binaria que toma el valor de 1 cuando el tiempo que lleva el vehículo detenido en la estación es mayor que el tiempo de espera calculado por el modelo y toma el valor de 0 en caso contrario; y M representa un valor muy grande ($M \gg 1$). Esto es:

$$T_{ke} \geq \alpha S_{ke} + \beta B_{ke} + Th_{ke} - Tl_{ke}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.29)$$

$$T_{ke} \leq \alpha S_{ke} + \beta B_{ke} + Th_{ke} - Tl_{ke} + Mx_{ke}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.30)$$

$$T_{ke} \geq 0, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.31)$$

$$T_{ke} \leq M(1 - x_{ke}), \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.32)$$

donde

$$x_{ke} = \begin{cases} 1, & \text{si } \alpha S_{ke} + \beta B_{ke} + Th_{ke} < Tl_{ke}, \\ 0, & \text{si } \alpha S_{ke} + \beta B_{ke} + Th_{ke} \geq Tl_{ke}. \end{cases}$$

Por último, la restricción 4.17, por medio de la cual se calcula la cantidad estimada de usuarios que suben al bus en una estación, se sustituye por las restricciones que van de la 4.33 a la 4.36.

En esta sustitución, y_{ke} es una variable binaria que toma el valor de 1 cuando el cupo disponible en el bus k es suficiente para toda la demanda, y toma el valor de 0 en caso contrario. Esto es:

$$S_{ke} \leq C_k - V_{ke} + B_{ke}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.33)$$

$$S_{ke} \geq C_k - V_{ke} + B_{ke} - My_{ke}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.34)$$

$$S_{ke} \leq D_{ke}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.35)$$

$$S_{ke} \geq D_{ke} - M(1 - y_{ke}), \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.36)$$

donde

$$y_{ke} = \begin{cases} 1, & \text{si } D_{ke} < C_k - V_{ke} + B_{ke}, \\ 0, & \text{si } D_{ke} \geq C_k - V_{ke} + B_{ke}. \end{cases}$$

4.3.4. Modelo linealizado

Mediante las linealizaciones explicadas en la sección anterior, el modelo presentado en la sección 4.3.2 se convierte en un modelo de optimización de programación lineal entera mixta con la siguiente forma:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{k=2}^U \theta_k \quad (4.37)$$

Sujeto a:

$$\theta_k \geq H_{k,k-1} - Hd, \quad \forall k \neq 1 \quad (4.38)$$

$$\theta_k \geq Hd - H_{k,k-1}, \quad \forall k \neq 1 \quad (4.39)$$

$$H_{k,k-1} = \left(\frac{d_{k,k-1}}{v_k} \right) - Td_{k-1} + \sum_{e \in E_{k,k-1}} T_{ke}, \quad \forall k \neq 1 \quad (4.40)$$

$$T_{ke} \geq \alpha S_{ke} + \beta B_{ke} + Th_{ke} - Tl_{ke}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.41)$$

$$T_{ke} \leq \alpha S_{ke} + \beta B_{ke} + Th_{ke} - Tl_{ke} + Mx_{ke}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.42)$$

$$T_{ke} \geq 0, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.43)$$

$$T_{ke} \leq M(1 - x_{ke}), \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.44)$$

$$Th_{ke} \leq Th_{max}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.45)$$

$$S_{ke} \leq C_k - V_{ke} + B_{ke}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.46)$$

$$S_{ke} \geq C_k - V_{ke} + B_{ke} - My_{ke}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.47)$$

$$S_{ke} \leq D_{ke}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.48)$$

$$S_{ke} \geq D_{ke} - M(1 - y_{ke}), \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.49)$$

$$B_{ke} = \sum_{i=1}^{e-1} S_{ki} \left(\frac{Mod_{ie}}{Mod_i} \right), \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.50)$$

$$V_{ke} = \sum_{i=1}^{e-1} (S_{ki} - B_{ki}), \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.51)$$

$$D_{ke} = Q_{k-1,e} + R_{k-1,e} + P_{ke}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.52)$$

$$P_{ke} = \lambda_e T v_{ke}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.53)$$

$$\lambda_e = \frac{R_{k-1,e}}{t_c - t s_{k-1,e}}, \quad \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.54)$$

$$T v_{ke} = \frac{d_{ke}}{v_k} + \sum_{j \in E_{k,e}} T_{kj}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.55)$$

$$Q_{k-1,e} = Q_{k-2,e} + R_{k-2,e} + P_{k-1,e} - S_{k-1,e}, \quad \forall k \neq 1, \forall e \in E_{k,k-1} \quad (4.56)$$

$$Th_{ke} \geq 0 \quad \forall k \neq 1, \forall e, \quad (4.57)$$

$$x_{ke}, y_{ke} \in \{0, 1\} \quad \forall k \neq 1, \forall e. \quad (4.58)$$

Capítulo 5

Simulación y Diseño Experimental

En este capítulo se describe el experimento de simulación diseñado, por medio del cual se valida la efectividad del modelo de control propuesto. Se inicia con la descripción del sistema de transporte utilizado para el estudio, luego se dan detalles del modelo de simulación y se finaliza con la descripción del diseño de experimentos implementado.

5.1. Sistema de transporte caso de estudio

El sistema de transporte Megabús está conformado por dos tipos de ruta: las troncales y las alimentadoras. Las rutas troncales conforman un sistema tipo BRT y son transitadas únicamente por los buses articulados, que se mueven principalmente en el centro de la ciudad.

Los buses articulados realizan paradas solamente en las estaciones de Megabús, por lo cual estas últimas son los únicos puntos en los que un pasajero puede subir o bajar de un bus articulado. El sistema cuenta con un total de 40 estaciones, incluyendo los “Intercambiadores”, que son las estaciones en las que convergen las rutas alimentadoras.

Estas últimas tienen la función de recoger pasajeros en las zonas de la ciudad en las que no hay estaciones de Megabús y los transportan al intercambiador correspondiente. (ver Figura 5.1).

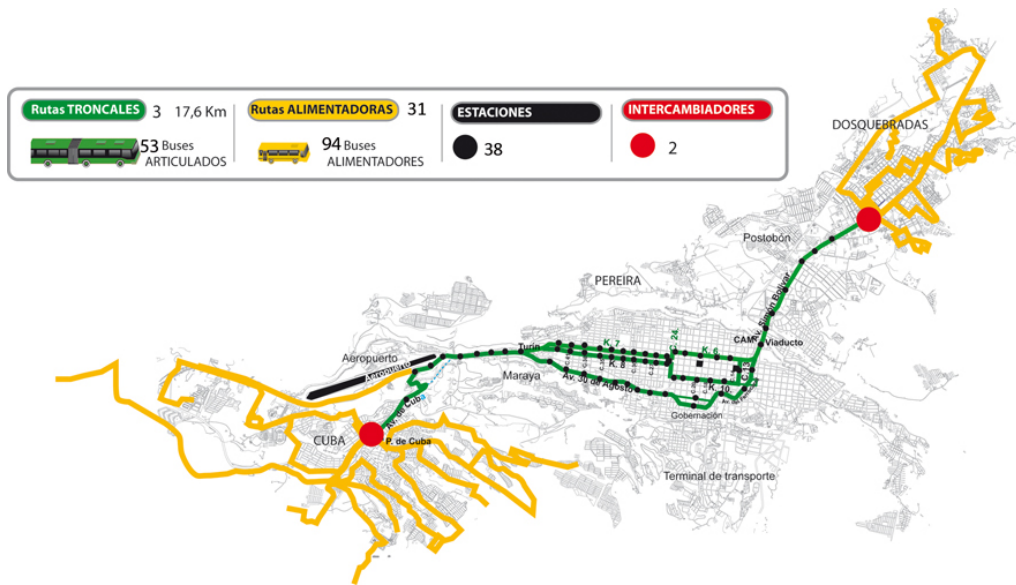


Figura 5.1: Mapa de cobertura del sistema Megabús. *Fuente:* Megabús.

Las rutas alimentadoras están definidas desde distintos puntos de partida, distribuidos en los sectores de Cuba, Dosquebradas y los alrededores de la estación “Viajero” (el mapa de la Figura 5.1 no incluye las rutas alimentadoras asociadas con esta estación).

A diferencia de los articulados, los buses alimentadores no poseen carril dedicado y sus paradas están sujetas a la demanda del servicio en cualquier punto de la ruta.

En el sistema Megabús el único medio de pago es la tarjeta inteligente, la cual es validada por el usuario al ingresar a una estación, o a un bus alimentador. La validación solo es realizada al ingresar al sistema. Cada tarjeta está identificada por un serial único.

Este sistema de pago alimenta una base de datos donde se tiene información sobre las estaciones de las troncales o las rutas alimentadoras en las que es validada cada tarjeta, además de la hora y fecha de registro. Con dicha información es posible obtener una estimación de la matriz OD para el sistema de transporte Megabús, como se presenta en (Jiménez and Soto, 2016).

En la Figura 5.2 se presenta un mapa simplificado de las tres rutas troncales del sistema con la descripción de su recorrido.

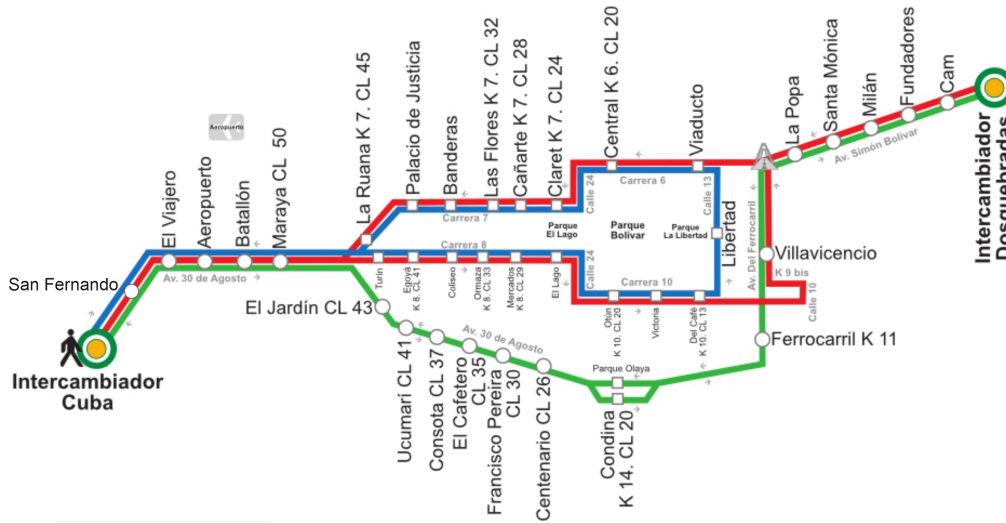


Figura 5.2: Mapa simplificado de la zona troncal del sistema Megabús. *Fuente:* Megabús.

5.2. Descripción de la simulación

Puesto que el modelo está diseñado para controlar una sola ruta de un sistema tipo BRT, se utiliza entonces en la simulación únicamente la información de una de las rutas troncales del sistema Megabús. En este caso de estudio se utiliza la ruta 3, la cual está representada por la línea azul de la Figura 5.2 y posee una longitud aproximada de 15 *km*.

El modelo de control propuesto es simulado en el software AnylogicTM (versión 7.3.6), ubicando la posición geográfica de las estaciones mediante las capacidades del GIS (*Geographic Information System*) de AnylogicTM con Google Maps.

El corredor de la ruta se dibujó uniendo las estaciones entre sí mediante arcos trazados sobre los trayectos en el mapa. En la Figura 5.3 se muestra una captura de

pantalla con algunos elementos del modelo de simulación. Un acercamiento al mapa con la ubicación de las estaciones a lo largo de la ruta se muestra en la Figura 5.4.

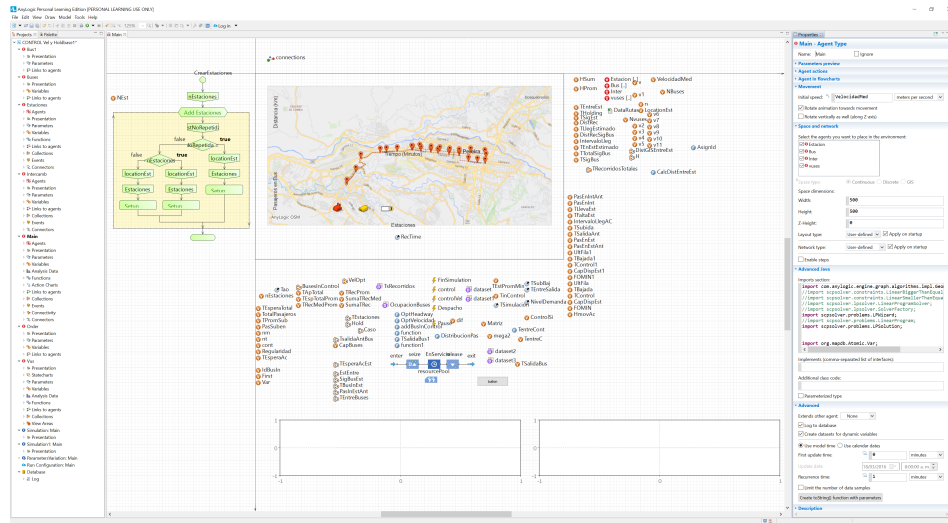


Figura 5.3: Captura de pantalla del modelo de simulación implementado. *Fuente:* Elaboración propia.

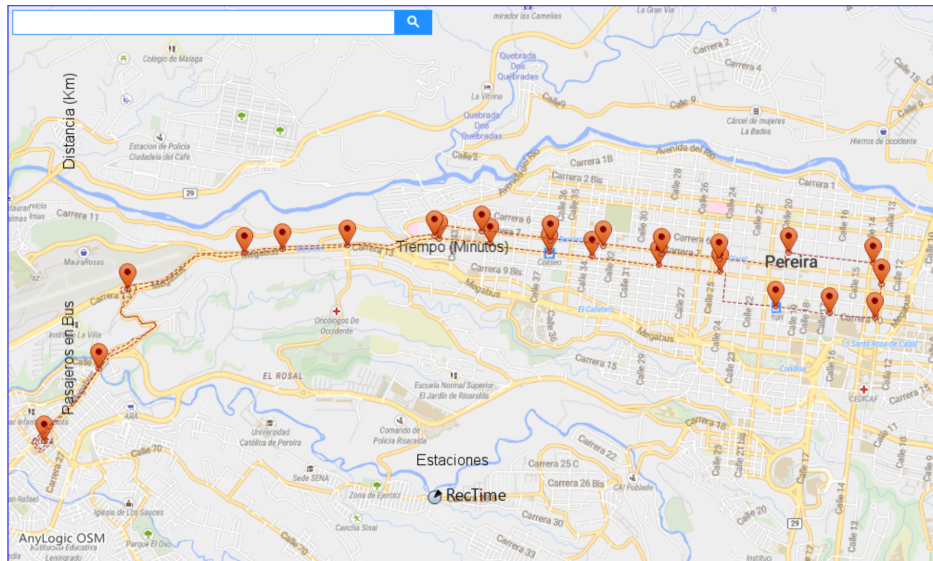


Figura 5.4: Acercamiento al mapa del modelo de simulación. *Fuente:* Elaboración propia.

En la simulación, la llegada de pasajeros se asume como un proceso de Poisson, por

lo cual los tiempos entre llegadas de pasajeros sucesivos en cada estación siguen una distribución exponencial. Es apropiado asumir lo anterior en servicios que operan a alta frecuencia y tienen una periodicidad de despacho inferior a los 12 minutos (Delgado et al., 2012), lo cual es el caso de Megabús.

El modelo de control propuesto se alimenta con el número de pasajeros que ingresan en las estaciones, obtenidos mediante un generador de procesos aleatorios cuyo parámetro es una tasa de llegada de usuarios en cada estación, esta tasa es obtenida de la matriz OD estimada en (Jiménez and Soto, 2016).

El proceso de abordaje de pasajeros sigue una disciplina FIFO (*First-In, First-Out*), se inicia al terminar el descenso de los pasajeros que van en el bus y continúa hasta que se ocupe por completo la capacidad del vehículo o se dé satisfacción a la demanda.

Los vehículos se simulan como agentes, cada uno con sus propias variables de estado, las estaciones son puntos a los cuales deben llegar los vehículos y cada llegada es un evento que modifica el estado de las estaciones y los buses. En la Figura 5.5 se muestra el mapa del sistema mientras se está ejecutando la simulación.

Al momento de aplicarse el control, se puede encontrar a los vehículos en una de las tres siguientes situaciones: desplazándose entre dos estaciones, detenidos en una estación (abordaje y descenso de pasajeros) o esperando en la entrada de la estación a que parta otro vehículo que la ocupa, caso que corresponde a una congestión.

Para la solución del modelo de control propuesto, al software AnyLogic™ se le integra la librería SCPSolver para JAVA, la cual utiliza el solver LPSolve. La solución obtenida se escribe en variables temporales asignadas a cada estación, así los tiempos de retención adicionales óptimos son ejecutados cada vez que un bus visita una estación.

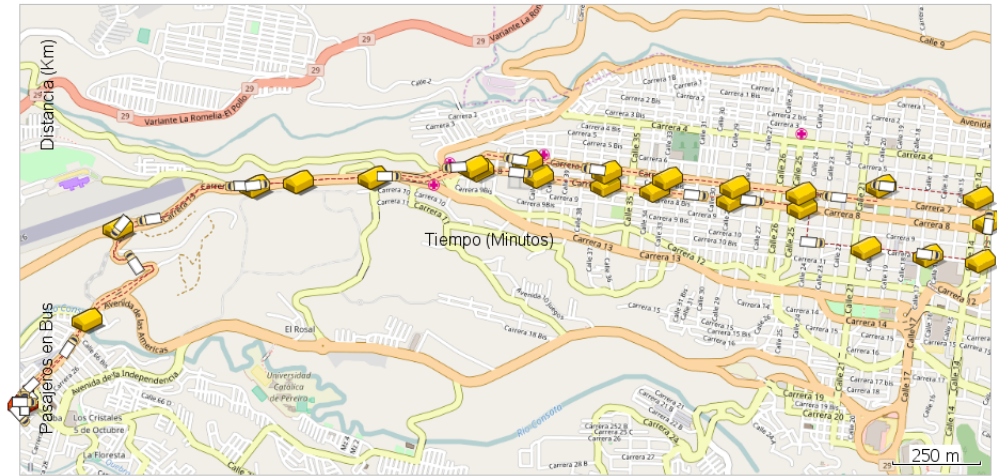


Figura 5.5: Mapa del sistema de transporte con la simulación ejecutándose. *Fuente:* Elaboración propia.

El modelo de control se resuelve inicialmente a intervalos de dos minutos, tiempo adecuado para lograr un balance entre la frecuencia de las acciones de control y la carga computacional para obtener los resultados. Esto se hace para revisar la consistencia del modelo y hacer los ajustes necesarios antes de correr las réplicas del diseño experimental.

Para más detalles sobre la metodología de simulación implementada, se recomienda revisar el trabajo presentado en (Galindres Guancha, 2018), en donde se realiza una comparación vía simulación entre el modelo de control propuesto en el presente trabajo y el modelo propuesto por (Ramirez et al., 2015), además de incluirse el escenario del sistema sin control.

5.3. Diseño experimental

La validación del modelo de control propuesto se lleva a cabo por medio de un diseño experimental considerando tres factores: periodo de despacho de vehículos, nivel de demanda y tipo de control.

Para cada factor se consideran dos niveles; para el periodo de despacho se fijan periodos de 3 y 5 *min* (con base en el sistema Megabús); para la demanda se discriminan dos escenarios, demanda media y alta; y para el tipo de control se compara el sistema sin estrategia de control con el control por *holding* propuesto en este trabajo. Esto se resume en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1: Factores y niveles del diseño de experimentos.

Factores	Niveles	
	1	2
Periodo de despacho	3 min	5 min
Control	Sin control	Con control
Nivel de demanda	Media	Alta

Así, se tiene un diseño de experimentos 2^3 , y en cada uno de los 8 escenarios se realizan 30 corridas o réplicas de simulación, cada una representando 3 horas de operación del sistema.

Se emplea un tiempo de calentamiento de 15 minutos, tras el cual inicia la solución periódica del modelo de control. Un periodo de calentamiento similar es utilizado en (Delgado et al., 2012) y permite analizar el impacto de la estrategia de control mediante el cambio de los índices de desempeño a partir de una operación no regulada.

Los tiempos de abordaje y descenso de pasajeros se fijaron en 3 segundos cada uno, esto para reflejar la obstaculización de los usuarios que esperan subir al vehículo ya que en el sistema simulado no hay diferenciación para puertas de ingreso y de salida del bus. La capacidad de los buses se fijó en 160, cantidad real de la flota que opera en el sistema simulado Megabús.

Puesto que el objetivo principal de este trabajo es la propuesta de una estrategia de control que permita minimizar el *bus bunching*, entonces para la valoración de la calidad de desempeño se mide el tiempo total de apelotonamiento de buses en la corrida de simulación.

Para la medición de este tiempo se define que un vehículo k entra en un estado de apelotonamiento o congestión, si puede recorrer la distancia que lo separa del bus $k - 1$ en 15 segundos o menos, manteniendo su velocidad de operación constante. En la Tabla 5.2 se resumen los parámetros del modelo de simulación.

Tabla 5.2: Parametrización del modelo de simulación.	
Parámetros fijos entre corridas	Valor
Tiempo de subida y bajada de cada usuario	3 segundos
Duración de la simulación	180 minutos
Velocidad de los vehículos	5,3 m/s
Capacidad de los vehículos	160 pasajeros
Sensibilidad del apelotonamiento	menor a 15 segundos
Tiempo máximo de <i>holding</i>	30 segundos

De manera adicional al objetivo principal, y con el objeto de enriquecer la evaluación del modelo propuesto aprovechando la información de las salidas del modelo de simulación, también se analizan los siguientes indicadores: regularidad del *headway*, variabilidad de la carga de pasajeros y tiempo de espera total de los pasajeros.

Para el cálculo del tiempo de espera total se lleva un registro de los tiempos de llegada de los usuarios en todas las estaciones. A pesar de que en un sistema que opera con una alta frecuencia este no es un criterio determinante en la satisfacción de los usuarios, sí puede utilizarse como indicador de calidad en el servicio.

Capítulo 6

Análisis Estadístico

En este capítulo se presenta el análisis estadístico de las salidas del experimento de simulación. Se inicia con el análisis descriptivo de las medidas de calidad del control y luego se hace inferencia estadística para el tiempo de apelsonamiento.

Nota: Los gráficos presentados en esta sección son obtenidos mediante AnylogicTM (7.3.6), Microsoft Excel Office 365 y R Project (3.6.1).

6.1. Análisis descriptivo

6.1.1. Regularidad del *headway* y de la carga de pasajeros

La regularidad del *headway* puede ser representada graficando para todos los buses el tiempo de operación en función del recorrido de la ruta. En la Figura 6.1 se muestra la regularidad del *headway* para dos escenarios distintos.

En el eje horizontal de las gráficas se tiene la distancia recorrida de los buses y en el eje vertical sus tiempos de operación durante el tiempo total de simulación (180 minutos). En estas gráficas se puede observar el tiempo de separación entre vehículos contiguos (cada línea corresponde a un vehículo) para un escenario de demanda alta con periodo de despacho cada 5 minutos.

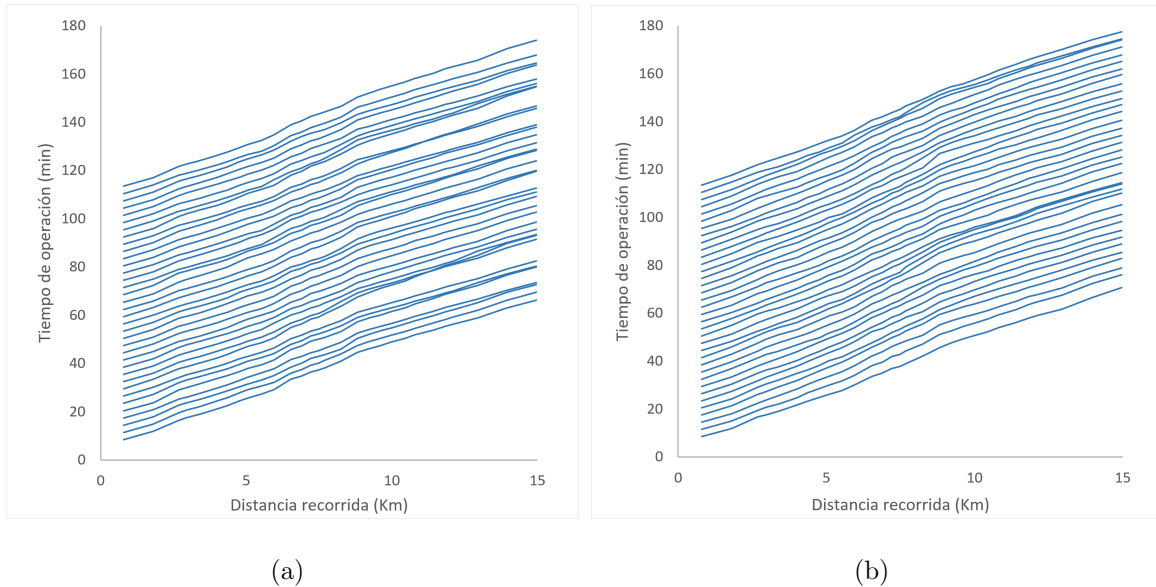


Figura 6.1: Regularidad del *headway*. (a) Sin control (b) Con control por *holding* cada 2 minutos. *Fuente:* Elaboración propia.

Como se evidencia en la Figura 6.1 si no existe ninguna estrategia de control los *headways* entre vehículos no se conservan y los buses tienden a apilotonarse, sobre todo a partir de la mitad del recorrido, como se observa en la parte (a) de la Figura.

Las líneas que tienden a juntarse al final del recorrido corresponden a vehículos que no conservaron su tiempo de separación. Como consecuencia los buses podrían experimentar una gran variación en el número de pasajeros a recoger en las estaciones.

Puesto que una distribución uniforme de la carga de pasajeros en los vehículos influye en la comodidad de los usuarios y en la adecuada utilización de la flota para prestar el servicio de transporte, se muestran en la Figura 6.2 las cargas de los vehículos, medidas en número de pasajeros, para cada una de las 28 estaciones sucesivas a lo largo de la ruta. Nuevamente, cada línea representa un bus que termina su recorrido.

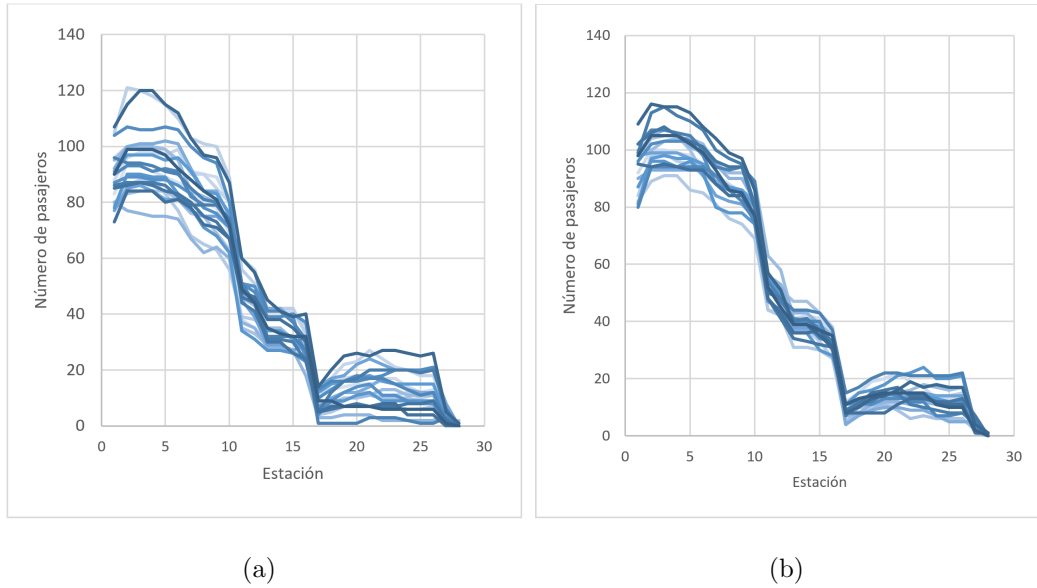


Figura 6.2: Distribución de la carga de pasajeros en los buses en cada estación. (a) Sin control, (b) Con control por *holding* cada 2 minutos. *Fuente:* Elaboración propia.

Se observa una mayor variabilidad en el valor de la carga de los vehículos en el escenario sin control, principalmente en las últimas estaciones del recorrido.

De la Figura 6.2 también se puede decir que en la simulación la mayor parte de los usuarios arriban a las primeras estaciones ubicadas después de la estación origen, además la mayor parte de los pasajeros tienen por destino las estaciones ubicadas en la primera mitad del recorrido, por lo tanto el impacto de la variabilidad en la operación del sistema se puede observar para la segunda mitad del trayecto.

Finalmente, con lo analizado anteriormente, se tienen motivos para pensar que la aplicación del modelo de control por *holding* propuesto muestra una reducción de la congestión, impide que las variaciones en la separación de los vehículos, ocasionadas por los procesos de abordaje y descenso en estaciones con distinto nivel de demanda, se acumulen hasta ocasionar los apelotonamientos. Además, los pasajeros se distribuyen entre los buses de forma más uniforme logrando una menor variación en las cargas.

6.1.2. Tiempo de apelsonamiento y tiempo de espera

Otros indicadores utilizados para comparar los escenarios son el promedio del tiempo acumulado de apelsonamiento y el promedio del tiempo total de espera de los pasajeros. En la Figura 6.3 se muestra el comportamiento de estos en función del tiempo de simulación para el escenario de alta frecuencia de despacho de vehículos (periodo de 3 *min*).

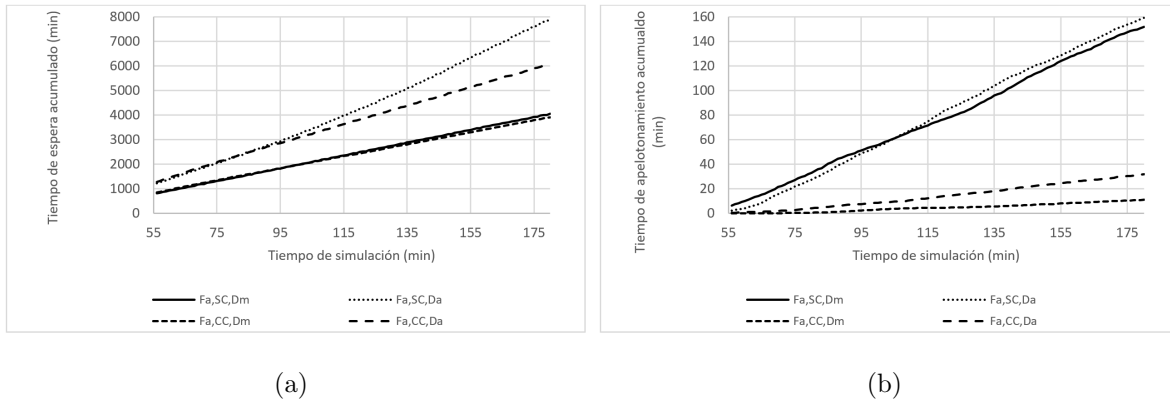


Figura 6.3: Resultados para el indicador de tiempo de espera de pasajeros (a) y tiempo de apelsonamiento (b). *Fuente:* Elaboración propia.

Naturalmente, el tiempo de espera total aumenta a medida que avanza el tiempo de operación del sistema de transporte (tiempo de simulación), sin embargo, en la parte (a) de la Figura 6.3 se observa que en general el promedio del tiempo acumulado de espera en el escenario con demanda alta, es mayor si no se aplica el control, sobre todo al final de la operación, puesto que es donde se hace mayor el efecto de la irregularidad de los *headways* de los buses.

En cuanto al escenario con demanda media no se observan diferencias, indicando esto que la aplicación de control genera realmente un efecto de reducción del tiempo de espera de los usuarios cuando el nivel de demanda del servicio es alto.

Con respecto al tiempo de apelotonamiento, claramente se aprecia en la Figura 6.3-(b) que en cada uno de los escenarios de la demanda, el tiempo de apelotonamiento es mucho menor cuando se aplica el control por *holding* propuesto.

La Tabla 6.1 presenta estadísticas descriptivas para el tiempo de apelotonamiento acumulado en todos los escenarios considerados en la simulación. Se observa, en cada combinación de niveles de los factores considerados en el experimento, que los tiempos promedios de apelotonamiento son mucho menores cuando se aplica el control.

Tabla 6.1: Estadísticas de la variable tiempo de apelotonamiento para los escenarios simulados. Media, desviación estándar y coeficiente de variación.

	Demanda media				Demanda alta			
	Periodo 3 min		Periodo 5 min		Periodo 3 min		Periodo 5 min	
	SC	CC	SC	CC	SC	CC	SC	CC
\bar{x}	151,85	11,04	12,71	1,71	159,06	31,89	27,96	10,06
s_x	31,84	9,19	11,66	2,39	42,53	16,25	14,09	10,1
c.v	20,97 %	83,21 %	91,73 %	139,13 %	26,74 %	50,95 %	50,39 %	100,38 %

A pesar de que la desviación estándar del tiempo de apelotonamiento es menor dentro de cada escenario cuando se aplica el control por *holding*, pasa lo contrario con el coeficiente de variación, indicando que hay mayor variabilidad en el tiempo de *bus bunching* cuando se implementa el modelo.

6.2. Inferencia estadística

En este trabajo, se tiene especial interés en determinar las diferencias, si las hay, en el tiempo de apelotonamiento entre los escenarios considerados en el experimento de simulación. Sin embargo, debido a que el análisis realizado en la sección anterior es meramente descriptivo, este no permite asegurar que el modelo de control propuesto

realmente disminuye el *bus bunching* en el sistema, por lo cual, es necesario realizar un análisis de varianza, que se detalla a continuación.

Nota: El nivel de significancia para las pruebas de hipótesis que se llevan a cabo en esta sección es de $\alpha = 0,01$.

6.2.1. Modelo estadístico

Para probar estadísticamente si existen diferencias significativas en los tiempos de apelotonamiento entre los tratamientos (escenarios de simulación), se ajusta un modelo de efectos con los resultados del diseño experimental descrito en la sección 5.3. Con dicho modelo para análisis de varianza, se pretende modelar linealmente los efectos que poseen las combinaciones de los escenarios de simulación sobre la métrica de calidad del control.

De esta manera, la variable respuesta del modelo estadístico corresponde al indicador de calidad de mayor interés, el tiempo de *bus bunching* o apelotonamiento. Así, el modelo de los efectos está dado por:

$$T_{ijkl} = \mu + p_i + c_j + d_k + (pc)_{ij} + (pd)_{ik} + (cd)_{jk} + (pcd)_{ijk} + \varepsilon_{ijkl} \quad \begin{cases} i, j, k = 1, 2, \\ l = 1, 2, \dots, 30, \end{cases} \quad (6.1)$$

donde:

T_{ijkl} = tiempo de apelotonamiento de la observación $ijkl$ – *ésima*,

l = índice de la réplica de simulación,

μ = efecto promedio global,

p_i = efecto del nivel i – *ésimo* del factor periodo de despacho,

c_j = efecto del nivel j – *ésimo* del factor tipo de control,

d_k = efecto del nivel k – *ésimo* del factor nivel de demanda,

$(pc)_{ij}$ = efecto de la interacción entre p_i y c_j ,

$(pd)_{ik}$ = efecto de la interacción entre p_i y d_k ,

$(cd)_{jk}$ = efecto de la interacción entre c_j y d_k ,

$(pcd)_{ijk}$ = efecto de la interacción entre p_i , c_j y d_k ,

ε_{ijkl} = error aleatorio que incorpora todas las demás fuentes de variabilidad del experimento.

6.2.2. Verificación de la adecuación del modelo

Para confiar en el análisis de varianza es necesario que se cumplan los supuestos del modelo estadístico, que corresponden a la independencia, normalidad y homogeneidad de varianza de los errores ε_{ijkl} . A continuación se procede a validar cada uno de ellos.

Independencia

El hecho de que los tratamientos son asignados aleatoriamente a las unidades experimentales al inicio de todo experimento garantiza, en cierta forma, la independencia de los errores (Montgomery, 2004). No obstante, graficar los residuales en el orden temporal de la recolección de los datos es de gran utilidad para identificar correlaciones entre los residuales.

En la Figura 6.4 se presenta un gráfico de los residuales, del modelo estadístico, en su orden temporal. En dicho gráfico no se observa una tendencia creciente o decreciente en los valores de los residuales a lo largo del tiempo, sin embargo es claro que al principio la dispersión es mucho mayor que en el resto del diagrama. Además, esta última va disminuyendo, en términos generales, a medida que se avanza en el eje horizontal.

Lo anterior da indicios de que la variabilidad de los residuales depende del orden en el que se recolectaron los datos. Por lo tanto, es claro que no se cumple el supuesto de independencia.

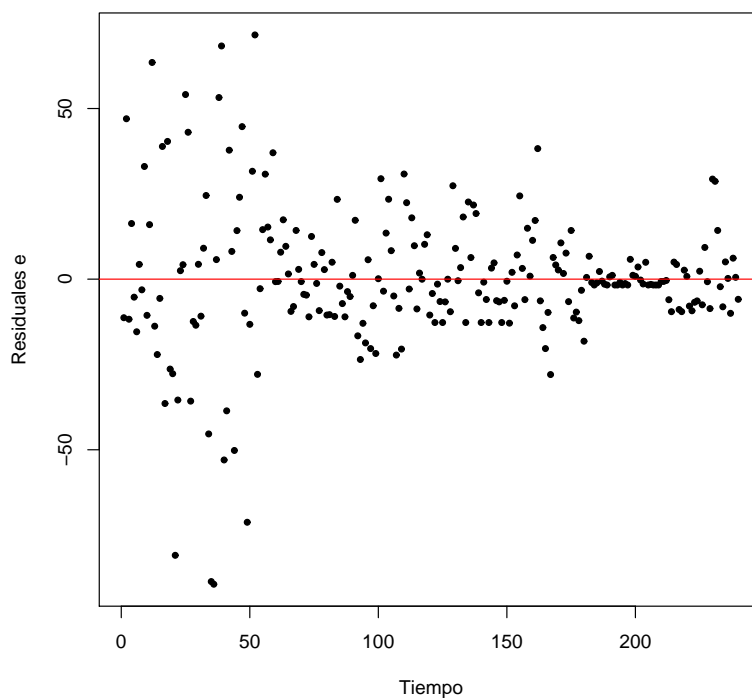


Figura 6.4: Gráfica de los residuales contra el tiempo. *Fuente:* Elaboración propia.

Normalidad

La verificación del supuesto de normalidad puede hacerse graficando la densidad empírica de los residuales y comparando gráficamente los cuantiles teóricos de la normal con los cuantiles de los residuales. Estos gráficos se muestran en la Figura 6.5.

En la parte (a) de esta Figura se aprecia que la curva de la densidad empírica de los residuales es unimodal y centrada en cero, pero muestra una clara diferencia del comportamiento acampanado de la normal teórica, además posee unos evidentes índices de asimetría y curtosis mayores a los de la curva normal.

Por otro lado, en la Figura 6.5-(b) se observa que los puntos de los extremos de la gráfica están bastante desviados de la línea de tendencia, indicando un mal ajuste de

la distribución normal a la distribución de los residuales en las colas.

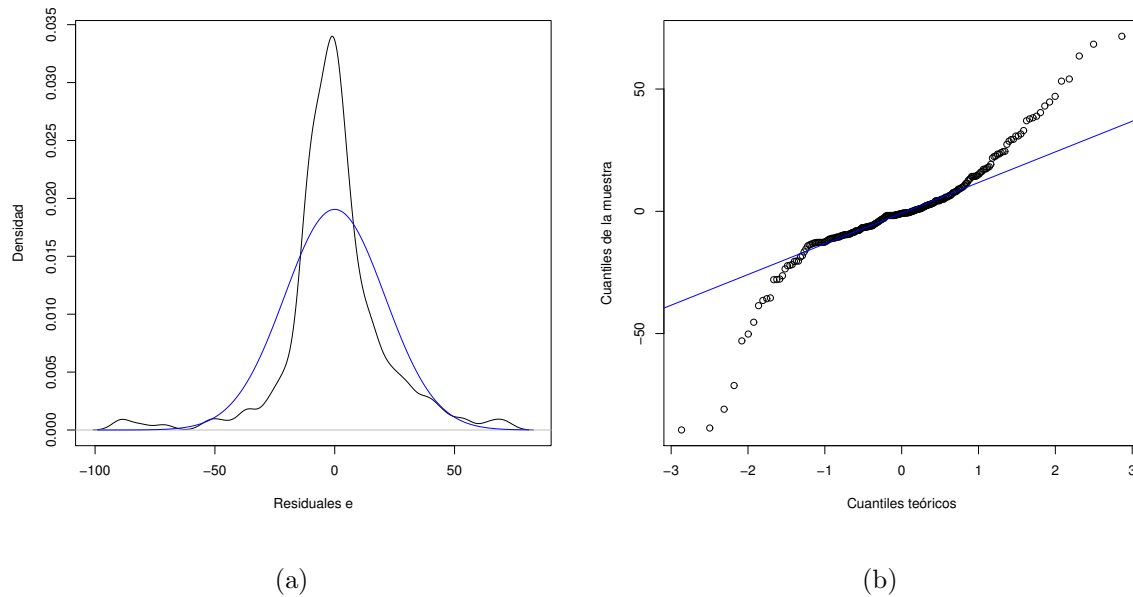


Figura 6.5: Gráficos de verificación de normalidad. (a) Comparación de densidad empírica de los residuales (línea negra) y densidad de la normal teórica (línea azul), (b) Comparación de cuantiles teóricos de una normal y cuantiles de los residuales. *Fuente:* Elaboración propia.

Lo anterior lleva a pensar que se viola el supuesto de normalidad, sin embargo, debido a la importancia de este supuesto es recomendable realizar una verificación formal de su cumplimiento por medio del siguiente contraste de hipótesis:

H_0 : Los errores provienen de una población con distribución normal.

H_1 : Los errores no provienen de una población con distribución normal.

Se realiza el test de Shapiro-Wilk por estar diseñado específicamente para probar normalidad y ser ampliamente conocido como el más potente para ese trabajo.

Al ejecutar la prueba se obtiene un p-valor de $1,063 \times 10^{-11}$, el cual es mucho menor que el nivel de significancia $\alpha = 0,01$, con lo que se observa que hay suficiente evidencia

estadística para rechazar la hipótesis nula H_0 . Por lo tanto, se concluye que los errores no son normales y se comprueba formalmente de que no se cumple con el supuesto de normalidad.

Homogeneidad de varianzas

Una verificación simple para el supuesto de homocedasticidad es mediante el gráfico de los residuales contra los valores ajustados de la variable respuesta (\hat{T}_{ijkl}). Esta gráfica es presentada en la Figura 6.6.

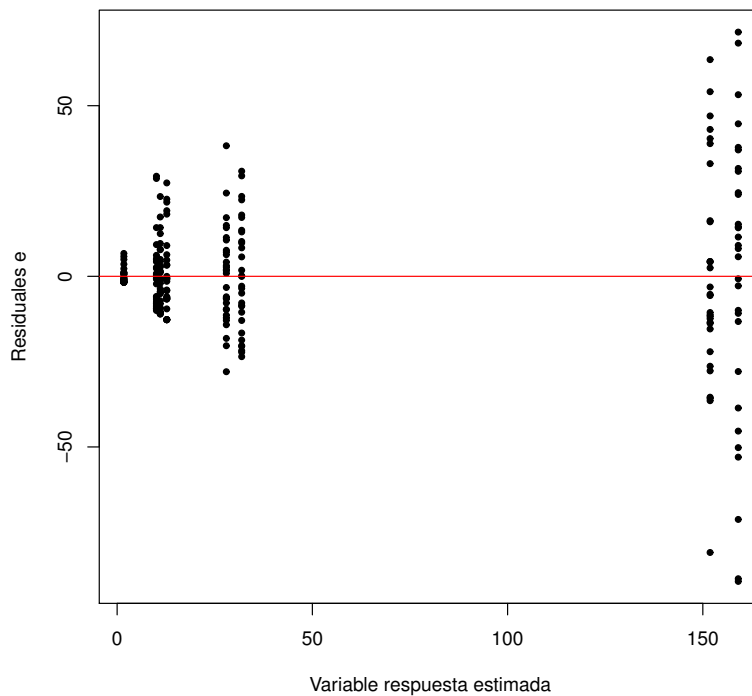


Figura 6.6: Gráfica de los residuales contra los valores ajustados. *Fuente:* Elaboración propia.

En dicho gráfico se aprecia claramente la no uniformidad de la dispersión de los puntos a lo largo del eje de las equis, mostrando esto que la varianza no se mantiene constante para distintos valores del tiempo de apelotonamiento estimado. Esto indica

que el supuesto de homogeneidad de varianzas no se cumple.

Se realiza entonces una verificación formal del cumplimiento del supuesto de homocedasticidad por medio de una prueba de hipótesis. El contraste de hipótesis para probar la homogeneidad de varianzas es:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_8^2.$$

$$H_1 : \sigma_j^2 \neq \sigma_{j'}^2 \text{ para algún } j \neq j'.$$

Una de las pruebas de igualdad de varianzas más usada por su efectividad es la prueba de Bartlett, sin embargo, esta es sensible al supuesto de normalidad, por lo cual se recomienda el uso de la prueba de Levene cuando no se cumple dicho supuesto (Montgomery, 2004).

Aplicando la prueba de Levene se obtiene un p-valor de $2,2 \times 10^{-16}$, el cual es mucho menor que el nivel de significancia $\alpha = 0,01$, por lo cual se rechaza la hipótesis nula H_0 . Con este resultado se confirma que los errores no poseen varianza constante.

6.2.3. Transformación para corregir inadecuación del modelo

Debido a que los supuestos del modelo estadístico no se cumplen, se procede a realizar una transformación en la variable respuesta con el objeto de “corregir” la inadecuación del modelo. Para la selección de una transformación adecuada se hace uso del método de Box-Cox.

En la Figura 6.7 se presenta el gráfico de la función de log-verosimilitud para distintos valores de la potencia λ . Con esta gráfica se puede identificar un valor apropiado para transformar la variable “tiempo de apelsonamiento”.

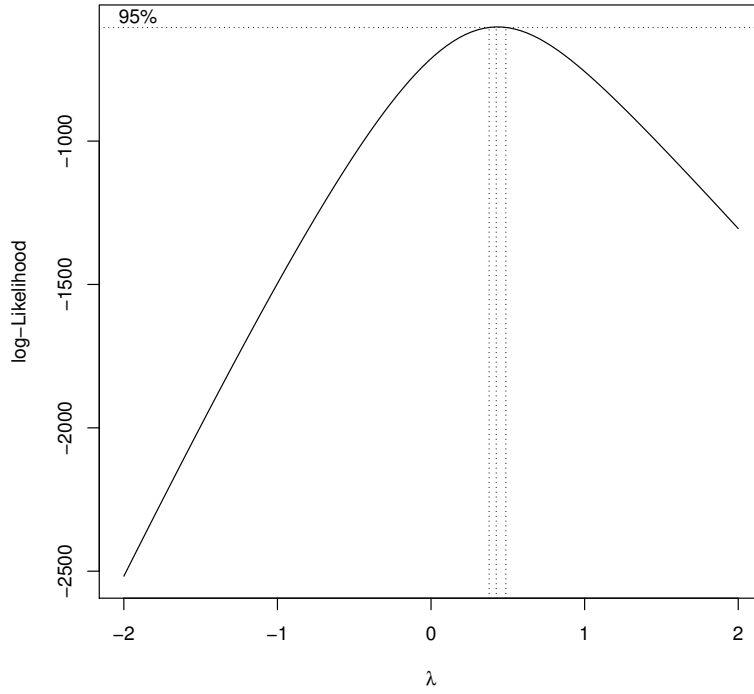


Figura 6.7: Gráfica de log-verosimilitud contra λ . *Fuente:* Elaboración propia.

Se aprecia en la Figura 6.7 que el valor de λ que maximiza a la función de log-verosimilitud es muy cercano a 0,5, por lo cual se realiza la transformación de raíz cuadrada, así el nuevo modelo a ajustar está dado por

$$y_{ijkl} = \mu + p_i + c_j + d_k + (pc)_{ij} + (pd)_{ik} + (cd)_{jk} + (pcd)_{ijk} + \varepsilon_{ijkl} \quad \begin{cases} i, j, k = 1, 2, \\ l = 1, 2, \dots, 30, \end{cases} \quad (6.2)$$

donde $y_{ijkl} = \sqrt{T_{ijkl}}$.

Con el nuevo modelo estadístico ajustado, se procede a la verificación del cumplimiento de los supuestos para confirmar que la transformación realizada funciona.

Independencia

En la Figura 6.8 se presenta el gráfico de los residuales en su orden temporal. En este no se observa ningún tipo de tendencia creciente o decreciente como también sucede en el analizado antes de la transformación.

Sin embargo, en este se aprecia claramente la mejora en la uniformidad de la dispersión, indicando que la variabilidad de los residuales no depende del orden de recolección de los datos, por lo cual no hay razones para sospechar que los residuales están correlacionados. Así, se da por cumplido el supuesto de independencia.

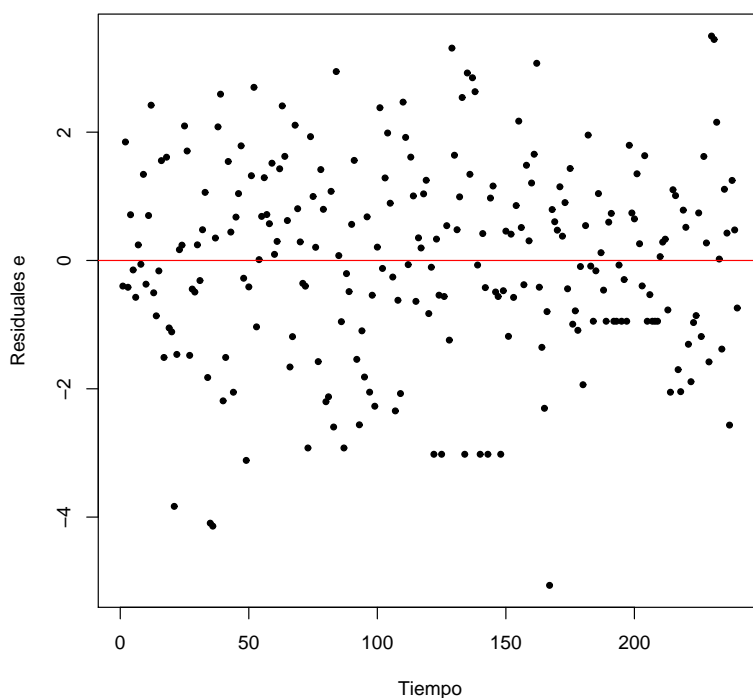


Figura 6.8: Gráfica de los residuales del nuevo modelo contra el tiempo. *Fuente:* Elaboración propia.

Normalidad

Los gráficos de densidad empírica y de cuantil-cuantil de los residuales del nuevo modelo estadístico se muestran en la Figura 6.9. Se aprecia el alto grado de ajuste de la normal teórica a los residuales, la curva de la normal teórica se asemeja indiscutiblemente a la curva de la densidad de los datos (Figura 6.9-(a)), la cual es bastante simétrica y tiene el comportamiento acampanado característico de la normal. Por otro lado, el diagrama de dispersión Figura 6.9-(b), de los cuantiles teóricos de la normal y los de la muestra, presenta una tendencia lineal muy clara.

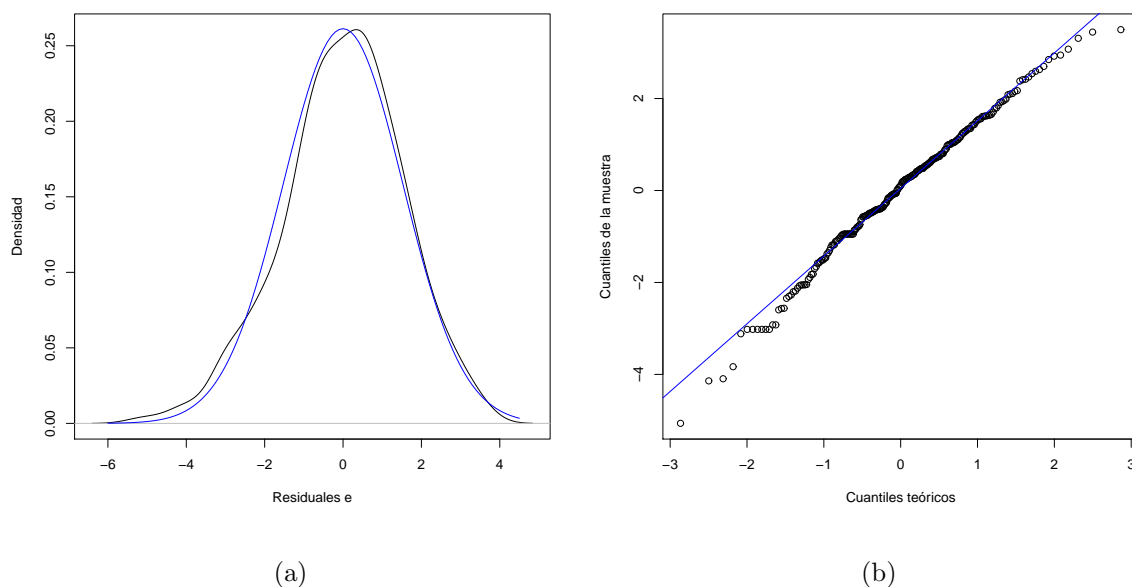


Figura 6.9: Gráficos de verificación de normalidad de los errores del nuevo modelo. (a) Comparación de densidad empírica de los residuales (línea negra) y densidad de la normal teórica (línea azul), (b) Comparación de cuantiles teóricos de una normal y cuantiles de los residuales. *Fuente:* Elaboración propia.

Para confirmar mediante inferencia estadística lo comentado sobre la normalidad, se prueba el contraste de hipótesis de normalidad mediante el test de Shapiro-Wilk. De esta prueba se obtiene un $p\text{-valor} = 0,1438 > 0,01 = \alpha$, por lo tanto no se rechaza la normalidad y se concluye que se cumple con el segundo supuesto.

Homogeneidad de varianzas

Se presenta en la Figura 6.10 el gráfico de los residuales contra los valores ajustados \hat{y}_{ijkl} de la nueva variable respuesta. Se observa una evidente mejora en la homogeneidad de la dispersión, sin embargo el primer grupo vertical de puntos presenta una variabilidad claramente inferior al resto. Por su parte el último grupo vertical de puntos muestra una dispersión mayor a los demás grupos. Por esto se hace necesario probar el contraste de hipótesis de homocedasticidad.

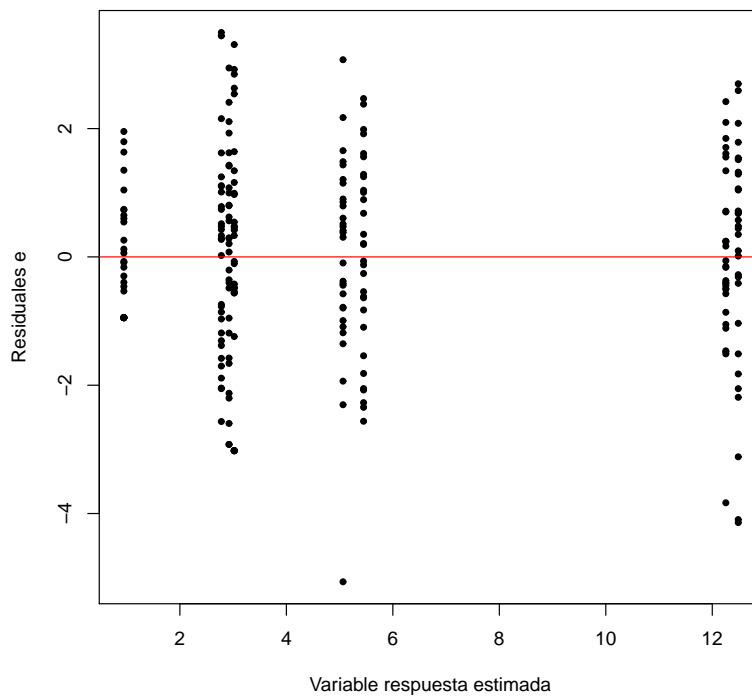


Figura 6.10: Gráfica de los residuales del nuevo modelo contra los valores ajustados.

Fuente: Elaboración propia.

Debido a que el supuesto de normalidad se cumple, se aplica entonces la prueba de Bartlett, la cual arroja un p-valor de 0,01568, con lo cual se concluye que se cumple el supuesto de homogeneidad de varianzas.

6.2.4. Análisis de varianza

Luego de la verificación de los supuestos del modelo estadístico, se procede a realizar el Análisis de Varianza, con el cual se puede evidenciar estadísticamente si existen o no diferencias significativas entre los niveles de los factores considerados en el experimento de simulación diseñado.

En la Tabla 6.2 se presentan las hipótesis probadas en el análisis de varianza y sus respectivos P-valores.

Tabla 6.2: Resultados de las pruebas de hipótesis del ANAVA del modelo.

Hipótesis nula	Descripción de la hipótesis nula H_0	P-valor
$p_1 = p_2 = 0$	Los efectos de los niveles del factor periodo de despacho son cero.	$< 2,2 \times 10^{-16}$
$c_1 = c_2 = 0$	Los efectos de los niveles del factor control son cero.	$< 2,2 \times 10^{-16}$
$d_1 = d_2 = 0$	Los efectos de los niveles del factor nivel de demanda son cero.	$9,079 \times 10^{-15}$
$(pc)_{ij} = 0 \quad \forall i, j$	No existe interacción entre el periodo de despacho y el control.	$< 2,2 \times 10^{-16}$
$(pd)_{ik} = 0 \quad \forall i, k$	No existe interacción entre el periodo de despacho y el nivel de demanda.	0,165487
$(cd)_{jk} = 0 \quad \forall j, k$	No existe interacción entre el control y el nivel de demanda.	0,009862
$(pcd)_{ijk} = 0 \quad \forall i, j, k$	No existe interacción entre los tres factores.	0,001955

Por ejemplo, para la prueba de hipótesis de los efectos de los niveles del factor **Periodo de despacho** se tiene un p-valor menor a $2,2 \times 10^{-16}$. Como este último es inferior al nivel de significancia $\alpha = 0,01$, entonces se tiene evidencia estadística suficiente para rechazar la hipótesis nula.

Por lo tanto, se puede afirmar que sí hay diferencias significativas entre los efectos de los dos niveles de despacho considerados en el experimento sobre el tiempo de apelotonamiento acumulado, en otras palabras, cambiar de periodo de despacho genera un cambio significativo en el tiempo total de apelotonamiento.

Aplicando el anterior razonamiento a la prueba de hipótesis de los efectos del factor **Control**, se encuentra que existen diferencias significativas entre los efectos de usar el modelo de control por *holding* propuesto y no usarlo, sobre el tiempo de *bus bunching*, lo cual es un resultado de gran interés, puesto que demuestra estadísticamente que aplicar el modelo de control sí influye en el tiempo de acumulamiento de los vehículos.

De igual forma, se verifica la existencia de diferencias significativas entre los efectos de los niveles del factor **Nivel de demanda** sobre el tiempo de apelotonamiento total. Es decir, el nivel de demanda también influye significativamente en el tiempo total de *bus bunching*.

Por otro lado, se comprueba estadísticamente la existencia de interacción entre los factores Control y Nivel de demanda, con un p-valor de la prueba de 0,009862. Esto indica que la diferencia entre el efecto de aplicar el modelo de control y el efecto de no aplicar control, sobre el tiempo de apelotonamiento en un escenario con demanda media no es la misma diferencia que cuando se considera un escenario con demanda alta. En otras palabras, la influencia de aplicar o no control en el tiempo de *bus bunching* es distinta cuando se cambia el nivel de demanda.

Así mismo, se detecta interacción entre los factores Período de despacho y Control puesto que el p-valor de la prueba es inferior a $2,2 \times 10^{-16}$, por lo cual se infiere que el efecto de la aplicación del control no es el mismo cuando el periodo de despacho cambia.

En la Figura 6.11 se presentan los gráficos de interacción de segundo orden que son significativos. En la parte (a) de la Figura se observa que la diferencia de medias del tiempo de apelotonamiento aplicando control por *holding* y no aplicando control, es distinta en los períodos de despacho de 3 y 5 minutos. El tiempo de apelotonamiento promedio con control (CC) es menor que en el escenario sin control (SC) en ambos períodos de despacho, pero la mejora conseguida en el tiempo de *bus bunching* en promedio, es mayor cuando se tiene un periodo de despacho de 3 min que cuando se tiene uno de 5 min.

Es decir, en la frecuencia de despacho de vehículos más alta de los escenarios considerados (periodo de 3 min) el modelo de control tiene un mayor efecto sobre el tiempo de apelotonamiento.

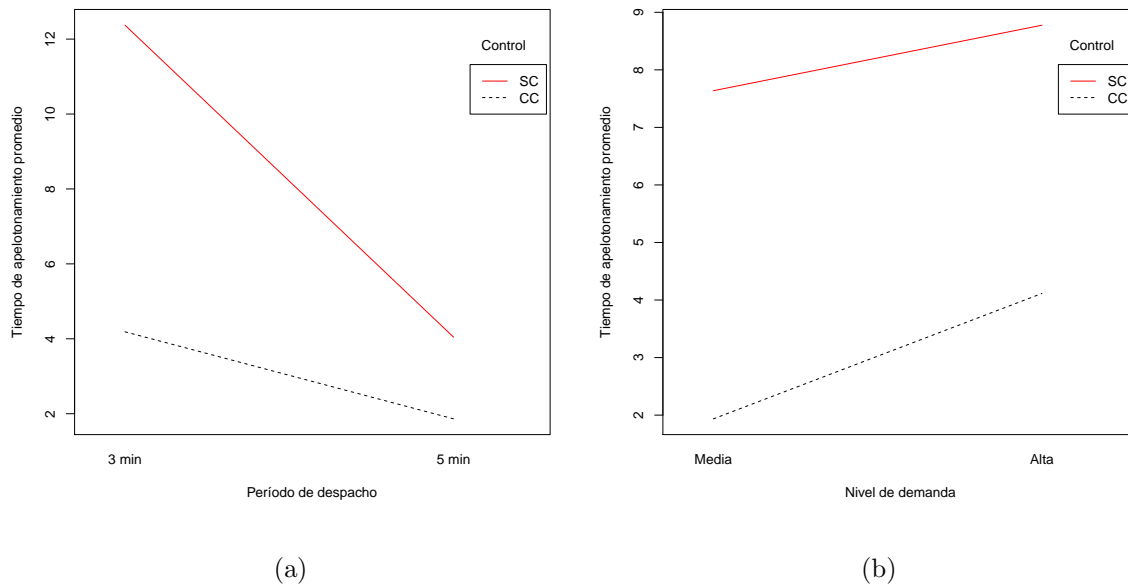


Figura 6.11: Gráficos de interacción entre factores. (a) Control y Periodo de despacho, (b) Control y Nivel de demanda. *Fuente:* Elaboración propia.

De igual manera, en la parte (b) del gráfico de interacción se puede apreciar que el tiempo promedio de *bus bunching* con control es inferior que sin control tanto en el

escenario de demanda media como alta. Sin embargo, la diferencia entre los promedios del tiempo de apelotonamiento es mayor en un escenario con demanda media que en uno con demanda alta.

Al comprobar que hay diferencias significativas entre los efectos de los niveles de los factores y que sí existe interacción entre algunos de ellos, se procede a realizar pruebas de comparaciones múltiples. En este caso se realiza la prueba de Tukey, de la cual se presentan los resultados en la Tabla 6.3.

Tabla 6.3: Resultados de la prueba de Tukey.

$\bar{T}_{5,CC,M}$	$\bar{T}_{5,CC,A}$	$\bar{T}_{3,CC,M}$	$\bar{T}_{5,SC,M}$	$\bar{T}_{5,SC,A}$	$\bar{T}_{3,CC,A}$	$\bar{T}_{3,SC,M}$	$\bar{T}_{3,SC,A}$
1,71	10,06	11,04	12,71	27,96	31,89	151,85	159,06
a	b	c	d	e	f	g	g

En estos resultados se aprecia que los dos últimos tratamientos, combinaciones de niveles de los factores, pertenecen al mismo grupo **g**, lo cual indica que poseen tiempos de apelotonamiento promedio estadísticamente iguales.

El resto de tratamientos poseen medias significativamente diferentes, por lo cual se verifica estadísticamente que bajo las mismas condiciones de período de despacho y nivel de demanda, el control por *holding* disminuye el tiempo promedio de apelotonamiento de los buses en el sistema.

Capítulo 7

Conclusiones y Trabajos Futuros

En este trabajo se propuso un modelo matemático de optimización de control, en tiempo real, para sistemas de transporte de *bus rapid transit* que utiliza información del sistema como el periodo de despacho de los buses, la venta de pasajes en tiempo real y la matriz Origen-Destino de viajes.

Mediante la revisión bibliográfica realizada se observó que el control por *holding* es una de la estrategias más utilizadas, fundamentalmente por su sencilla implementación y la gran exactitud que se puede lograr en su ejecución. Esto motivó que fuera utilizada como base de la estrategia de control propuesta en el presente trabajo.

En algunas propuestas halladas en la literatura se implementan o estudian estrategias de control tales como la limitación de abordaje de pasajeros, el salto de estaciones o el giro corto, como es el caso de (Delgado et al., 2012), (Chen et al., 2013), entre otros.

Sin embargo, en la presente investigación no se consideró la posibilidad de implementar este tipo de estrategias, debido al desagrado que estas pueden causar en los usuarios. Además, se quiso plantear una estrategia de control aplicable a sistemas de transporte que tienen como regla que los buses deben detenerse en todas las estaciones, y recoger a todos los usuarios que deseen abordarlo, siempre y cuando haya espacio

disponible en el vehículo.

En los documentos científicos revisados la disminución del tiempo de espera de los usuarios, ya sea en las estaciones o en todo el sistema, es el objetivo más frecuente, puesto que es una medida natural de la calidad del servicio de transporte. Por este motivo, muchos de los modelos de control propuestos por otros autores, tienen como función objetivo la minimización de dicho tiempo de espera.

A pesar de ello, reducir la irregularidad de los *headways* y con esto disminuir el *bus bunching* tiene un efecto directo de disminución en los tiempos de espera de los usuarios y distribuye de mejor manera la carga de pasajeros en los buses. Esto último tiene un impacto positivo en la comodidad de los pasajeros y les genera una percepción de un servicio de gran calidad (Delgado et al., 2012).

Por lo anterior, el modelo propuesto realiza control solamente por *holding* y está enfocado a disminuir la variabilidad del *headway*, reduciendo así el apilotonamiento de buses.

Algunos de los modelos de control por *holding* revisados asumen la disponibilidad de información respecto al número de pasajeros al interior de los vehículos, gracias a que cuentan con un sistema de conteo automático de pasajeros en los buses, como es el caso del trabajo presentado en (Muñoz et al., 2013). Sin embargo, muchos sistemas de transporte no disponen de esta tecnología, por ejemplo Megabús (Pereira). Por esto, el modelo propuesto en el presente trabajo fue diseñado para sistemas de transporte que no cuentan con sistemas APC en los vehículos.

La formulación del modelo de control que se proponga para un sistema de transporte determinado, debe responder a las características del sistema y a la disponibilidad de información. Sin embargo, el método de solución y la complejidad matemática del

modelo determinan si este es aplicable en la realidad, puesto que tiempos de solución altos dificultan la implementación del control en tiempo real. Para modelos de baja complejidad se puede recurrir a métodos de optimización exactos y lograr respuestas en corto tiempo.

Muchos de los modelos de control propuestos por otros autores son de alta complejidad matemática, varios de ellos no lineales, con función objetivo no convexa y algunos estocásticos, como por ejemplo los presentados en (Delgado et al., 2012), (Muñoz et al., 2013), (Ji and Zhang, 2013), (He, 2015), entre otros. Por esto, muchos poseen un alto costo computacional en su solución, lo cual complica su implementación en tiempo real.

Aquí radica una de las principales virtudes del modelo propuesto en este trabajo, pues se parte de una formulación no lineal determinística, que mediante sustituciones se transforma en un modelo de programación lineal entera mixta, lo cual permite lograr tiempos cortos de solución por métodos matemáticos exactos. Esto tiene la gran ventaja de que se garantiza la obtención de soluciones óptimas, y no es necesaria la utilización de técnicas aproximadas de optimización que no aseguran el óptimo global del problema, donde los resultados pueden ser altamente sensibles a su parametrización.

La formulación es de fácil entendimiento y muy intuitiva, lo cual permite que el modelo sea comprendido fácilmente e implementado sin inconvenientes en cualquier sistema con las características contempladas en esta propuesta.

El modelo matemático tiene como función objetivo la minimización de la variabilidad del *headway*, el cual es calculado siguiendo un enfoque similar a (Ji and Zhang, 2013), pero con una innovación al considerar el tiempo que lleva detenido un bus en la estación en el momento de ejecutarse el control.

A diferencia de la mayoría de propuestas encontradas en la literatura, en las cuales el control es ejecutado cada vez que un bus arriba a una estación, el modelo de control propuesto en este trabajo está diseñado para aplicarse a intervalos regulares.

El análisis descriptivo realizado a las salidas del experimento de simulación implementado, en el cual se consideraron, además del uso o no uso de control, los factores Período de despacho y Nivel de demanda, mostró que las acciones de control determinadas por el modelo propuesto producen, en términos generales, valores inferiores en las métricas de calidad consideradas: variabilidad del *headway*, variabilidad de la carga de pasajeros en los vehículos, tiempo de apilotonamiento y tiempo de espera de los usuarios.

La metodología común de evaluación de un modelo de control en la bibliografía analizada, consiste en comparar, mediante un análisis estadístico descriptivo, su rendimiento via simulación con el escenario del sistema de transporte sin control o con otro modelo propuesto. No obstante, un análisis descriptivo no es concluyente porque solo resume lo observado en el experimento, y no ofrece garantías de que el modelo evaluado mejore la calidad del sistema de transporte.

Para obtener resultados concluyentes es necesario realizar inferencia estadística. Aquí se tiene otro de los aportes del presente trabajo, puesto que se realiza un análisis estadístico formal, usando la estadística inferencial y probando las hipótesis generadas en el análisis descriptivo, para la variable indicadora de calidad: tiempo de apeolotonamiento.

Con este análisis se logró evidenciar estadísticamente que el modelo de control propuesto sí disminuye, en promedio, significativamente el tiempo de apilotonamiento de los buses con respecto al escenario sin control. Esto permite asegurar que el modelo propuesto es efectivo y está realizando la función para la cual fue diseñado, disminuir

el *bus bunching*.

Finalmente, se concluye que en este trabajo se logró realizar un aporte a la literatura científica mediante la propuesta de una alternativa para controlar, en tiempo real, sistemas de transporte tipo BRT que no poseen sistemas APC en los vehículos, y para los cuales no es posible o no es deseado el adelantamiento entre buses, el salto de estaciones o la limitación de abordaje de pasajeros. Dicha alternativa tiene como principal ventaja que es efectiva y simple, permitiendo así su solución de manera exacta y a un bajo costo computacional.

Como trabajo futuro se planea generalizar el modelo matemático para el control del sistema de transporte considerando múltiples rutas con estaciones compartidas. Además, combinar el *holding* con otras estrategias de control para sistemas en los cuales puedan ser aplicables y evaluar el rendimiento del modelo mixto. También, diseñar un experimento de simulación por medio del cual se compare el modelo propuesto con uno o dos modelos de control por *holding* que en la literatura hayan mostrado un gran rendimiento.

Bibliografía

- Abbas-Turki, A., Grunder, O., and Elmoudni, A. (2002). Public transportation systems: modeling and analysis based on a new petri net approach. In *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. IEEE.
- Cats, O., Burghout, W., Toledo, T., and Koutsopoulos, H. N. (2010). Evaluation of real-time holding strategies for improved bus service reliability. In *13th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*. IEEE.
- Cervero, R. (2013). Bus rapid transit (brt): An efficient and competitive mode of public transport.
- Chen, Q., Adida, E., and Lin, J. (2013). Implementation of an iterative headway-based bus holding strategy with real-time information. *Public Transport*, 4(3):165–186.
- Chen, W., Yang, C., Feng, F., and Chen, Z. (2012). An improved model for headway-based bus service unreliability prevention with vehicle load capacity constraint at bus stops. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2012:1–13.
- Daganzo, C. F. (2009). A headway-based approach to eliminate bus bunching: Systematic analysis and comparisons. *Transportation Research Part B: Methodological*, 43(10):913–921.
- Dai, Z., Liu, X. C., Chen, Z., Guo, R., and Ma, X. (2019). A predictive headway-based bus-holding strategy with dynamic control point selection: A cooperative game theory approach. *Transportation Research Part B: Methodological*, 125:29–51.

- Delgado, F., Munoz, J. C., and Giesen, R. (2012). How much can holding and/or limiting boarding improve transit performance? *Transportation Research Part B: Methodological*, 46(9):1202–1217.
- Delgado, F., Muñoz, J. C., Giesen, R., and Cipriano, A. (2009). Real-time control of buses in a transit corridor based on vehicle holding and boarding limits. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2090(1):59–67.
- Galindres Guancha, D. A. (2018). Análisis comparativo entre dos modelos de control de operación en la ruta troncal tres del sistema integrado de transporte megabus, en la ciudad de pereira - colombia, por medio de simulación basada en agentes.
- He, S.-X. (2015). An anti-bunching strategy to improve bus schedule and headway reliability by making use of the available accurate information. *Computers & Industrial Engineering*, 85:17–32.
- Ji, Y. and Zhang, H. M. (2013). Dynamic holding strategy to prevent buses from bunching. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2352(1):94–103.
- Koehler, L. A., Kraus, W., and Camponogara, E. (2011). Iterative quadratic optimization for the bus holding control problem. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 12(4):1568–1575.
- Leiva, C., Muñoz, J. C., Giesen, R., and Larrain, H. (2010). Design of limited-stop services for an urban bus corridor with capacity constraints. *Transportation Research Part B: Methodological*, 44(10):1186–1201.
- Lizana, P., Muñoz, J. C., Giesen, R., and Delgado, F. (2014). Bus control strategy application: Case study of santiago transit system. *Procedia Computer Science*, 32:397–404.

- Lo, S.-C. and Chang, W.-J. (2012). Design of real-time fuzzy bus holding system for the mass rapid transit transfer system. *Expert Systems with Applications*, 39(2):1718–1724.
- Mauttone Vidales, A. D. (2005). Optimización de recorridos y frecuencias en sistemas de transporte público urbano colectivo.
- Montgomery, D. C. (2004). *Diseño y Análisis de Experimentos*. Limusa Wiley, segunda edición.
- Muñoz, J. C., Cortés, C. E., Giesen, R., Sáez, D., Delgado, F., Valencia, F., and Cipriano, A. (2013). Comparison of dynamic control strategies for transit operations. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 28:101–113.
- Jiménez, M. and Soto, J. (2016). Utilización de tarjetas inteligentes para estimar matrices origen-destino. aplicación al sistema megabús, pereira. *Ciencia e Ingeniería Neogranadina*, 26(2):73–93.
- Norambuena Matte, I. J. (2002). Diseño óptimo de sistemas de transporte público urbano.
- Ramirez, A., Mejia, J. S., and Gutierrez, A. O. (2015). Bus rapid transit control system using restrictive holding and operating tables. In *2015 CHILEAN Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies (CHILECON)*. IEEE.
- Xinghao, S., Jing, T., Guojun, C., and Qichong, S. (2013). Predicting bus real-time travel time basing on both GPS and RFID data. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 96:2287–2299.
- Xuan, Y., Argote, J., and Daganzo, C. F. (2011). Dynamic bus holding strategies for schedule reliability: Optimal linear control and performance analysis. *Transportation Research Part B: Methodological*, 45(10):1831–1845.

- Yu, B. and Yang, Z. (2007). A dynamic holding strategy in public transit systems with real-time information. *Applied Intelligence*, 31(1):69–80.
- Yu, B., Yang, Z., Sun, X., Yao, B., Zeng, Q., and Jeppesen, E. (2011). Parallel genetic algorithm in bus route headway optimization. *Applied Soft Computing*, 11(8):5081–5091.
- Zolfaghari, S., Azizi, N., and Jaber, M. Y. (2004). A model for holding strategy in public transit systems with real-time information. *International Journal of Transport Management*, 2(2):99–110.